

# 西郷さんの秋季応物学会で発表予定の予稿集を読んで思う事 (QW simulation との関連も含んでの感想)

ドレスト光子研究起点  
佐久間弘文

(オフシエル-フォーラムへの寄稿文； 2023 年 6 月 26 日)

オフシエル-フォーラムに提出するこの原稿の締め切りは、6/28 という事だったので、さて、今回は何を書こうかと思っていたところ、西郷さんから秋季応物学会で発表予定の予稿集に掲載される1ページ程の原稿が送られて来た。講演のタイトルは「オフシエル科学と時空概念」と書かれていた。西郷さんは、現在量子場概念を圏論的視点で見直し、これまで見落とされて来た量子場のオフシエルの側面をも含む理論構築に挑戦していて、私自身、その様な研究の進捗を聞くのを楽しみにしている一人である。西郷さんの様な数学者的アプローチとは、大きく異なるものの、私が、ここ、2, 3年の研究で取り組んで来た課題も、正に、このタイトルと深く関連しているものなで、今回はこのテーマに関して自分が今感じている事と、新たな論文の発表について簡単に触れてみたいと思う。

私は、理論物理や数理物理の専門家ではないので、この件（時空概念）についての最先端の知見がどの様なものか、詳しくは知らない。現時点で、私が知っている事は、理論物理の先端的な理論を非専門家に紹介する書籍等に書かれている内容から推察すると、時空の創発の問題は未解明の問題らしいという事と、小嶋先生のマイクロ・マクロ双対理論によると、量子場に関しての何らかの対称性が破れる時に、一般化されたセクター分類空間として、数学者 Cartan が研究した symmetric space が時空として創発するという事である。小嶋先生の理論の詳しいところまでは、理解が及んでいないが、これまでに自分が発表したドレスト光子理論に基づく宇宙論では、宇宙は“距離がゼロとなる”光の場から生まれ、また光の場に戻るといったサイクルを無限に繰り返すというシナリオ（オリジナルなシナリオは、Penrose が提案し、私はそれを物質-反物質からなる双子宇宙論に適用した）を設定し、“距離がゼロの”光の場の共形不変性が一部分を残し大きく破れる時に（ビックバンに対応）距離空間としての時空が創発するという具体的モデルを提案したが、これは上記の小嶋理論を参照しての事である。Lightlike な Clebsch dual field の共形不変性が破れて、spacelike Clebsch dual field が現れると、指数関数的に膨張する de Sitter space（この space を特徴づける唯一のパラメータ  $\Lambda$  がドレスト光子定数と深く関係する。私の宇宙論では、この  $\Lambda$  は宇宙のスケールパラメータとして機能し、宇宙に於ける最少の長さである Planck length と最大の長さである  $\Lambda$  の幾何平均がドレスト光子定数となっており、別の言い方をすれば、ドレスト光子定数は宇宙に存在するマイクロ世界とマクロ世界の境界を示す Heisenberg cut と見做す事ができる）が生まれ、それが dark energy と spacelike momentum 及びそれが随伴する時空の spacelike 領域を創発する。更には、ビックバンに対応する共形不変性の破れは、非ゼロの Weyl curvature を創発し、それが重力場および timelike な時空領域、そして重力場のエントロ

ピー 流も創発するという事を昨年 Int. J. Mod. Phys. A. で発表した。

時空が物質の運動を記述する為の単なる（非物理的な）数学的枠組みではないという事は特殊相対論から始まり、その後、それは一般相対論という形で発展したが、現代に至るも、それは古典的理論である。しかしその基本式

$$R_{\mu}{}^{\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu}{}^{\nu} + \Lambda g_{\mu}{}^{\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu}{}^{\nu}, \quad (1)$$

の右辺は、動力学としてのエネルギー・運動量テンソル、左辺は、時空の状態としての Ricci 曲率を表現しており、この対比は、代数的量子場理論における基本概念としての「物理量代数」と「状態」に対応するものと見做す事ができる。オフシェル場と時空概念を考えるに当たり、興味深い点の一つは上述の spacelike Clebsch dual field に対しての一般相対論の基本式 (1) がどのような表現になるかという事である。まずは、基本式 (1) の左辺に対する基本事項をまとめてみる。時空の曲率は数学的には Riemann 曲率テンソル  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  で表現され、リーマン曲率は以下の性質を満たしている。

$$R_{\beta\alpha\gamma\delta} = -R_{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad R_{\alpha\beta\delta\gamma} = -R_{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad R_{\gamma\delta\alpha\beta} = R_{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad (2)$$

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} + R_{\alpha\gamma\delta\beta} + R_{\alpha\delta\beta\gamma} = 0. \quad (3)$$

また、Riemann 曲率テンソルから添え字の縮約を行い得られる以下の 2 階のテンソルは Ricci テンソルと呼ばれ、

$$R_{\mu}{}^{\nu} := R_{\sigma\mu}{}^{\nu\sigma}, \quad R := R_{\nu}{}^{\nu}, \quad (4)$$

一般相対論の基本式 (1) に現れる  $R_{\mu}{}^{\nu}$  及び スカラー  $R$  は、この Ricci テンソルとスカラー曲率である。

一方において、spacelike な電磁場の表現としての spacelike Clebsch dual field は、通常の電磁場が 2 階の交代テンソル  $F_{\mu\nu}$  で表現される様に、2 階の交代テンソル  $S_{\mu\nu}$  で表現されるので、この量から以下のテンソル  $\hat{R}_{\alpha\beta\gamma\delta}$  を定義できる。

$$\hat{R}_{\alpha\beta\gamma\delta} := -S_{\alpha\beta}S_{\gamma\delta}. \quad (5)$$

簡単な計算から、この  $\hat{R}_{\alpha\beta\gamma\delta}$  は、式 (2, 3) を満たす事が示される。従って、この量を形式的に Riemann 曲率テンソルと見做して、対応する Ricci テンソル  $\hat{R}_{\mu}{}^{\nu}$  やスカラー曲率  $\hat{R}$  を定義できる。この様にして、これらの量から作られる以下の  $\hat{T}_{\mu}{}^{\nu}$  は、基本式 (1) の左辺にある以下の Einstein テンソル  $G_{\mu}{}^{\nu}$  と同型になる事が示される。

$$\hat{T}_{\mu}{}^{\nu} = \hat{R}_{\mu}{}^{\nu} - \frac{1}{2}\hat{R}\eta_{\mu}{}^{\nu}, \quad \iff \quad G_{\mu}{}^{\nu} = R_{\mu}{}^{\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu}{}^{\nu}. \quad (6)$$

この同型は、「動力学」を表す  $\hat{T}_{\mu}{}^{\nu}$  が「状態」を表す  $G_{\mu}{}^{\nu}$  と同型になっているという意味において、動力学としてのオフシェル場と時空概念をどの様にモデル化すべきなのかという事において重要なヒントを与えている様に思える。更に一言付け加えるなら、この「動力学」と「状態」の同型という事は、系が熱力学平衡状態に近い準平衡 (quasi-equilibrium) にあるという事を示唆し

ていると思われる。(ここでは、詳しく述べる余裕はないが、現在宇宙の進化をこの様な視点から捉える論文の作成に取り掛かっている)

この議論において特に重要となる事は、これは spacelike な運動量場が随伴する spacelike な時空という事で、因果律が存在する timelike な時空とは区別が必要であるという事である。この重要な点は少し後で触れる事として、ここでは、Clebsch dual field の特性を浮き彫りにする為に、その構造がより簡素な lightlike な場合を見てみる。Clebsch dual 表現に必要な一組のスカラー変数の gradient vectors を  $C_\mu$ 、 $L_\mu$  とすれば、場の強さ  $S_{\mu\nu}$  及びエネルギー・運動量テンソル  $\hat{T}_\mu{}^\nu$  はそれぞれ

$$S_{\mu\nu} = L_\mu C_\nu - L_\nu C_\mu, \quad (C^\nu L_\nu = 0); \quad \hat{T}_\mu{}^\nu = S_{\mu\sigma} S^{\nu\sigma} = \rho C_\mu C^\nu, \quad (7)$$

となり、 $\hat{T}_\mu{}^\nu$  は、波動的表現  $S_{\mu\sigma} S^{\nu\sigma}$  と粒子的表現  $\rho C_\mu C^\nu$  を同時に持つ事が示される。場の強さ  $S_{\mu\nu}$  について一言述べると、この表現は simple bivector form と呼ばれ、一組の直交するベクトル： $(C_\mu, L_\mu)$  から定義される角運動量表現となっている。九大 IMI の落合さんには式 (7) の構造を調べて頂き、以下の結果を頂いた。

Tensor  $S_{\mu\nu}$  is understood as an affine version of Plücker coordinates of Grassmann manifold  $\text{Grass}(4, 2, \mathbb{R})$ , and the expression of tensor  $\hat{T}_\mu{}^\nu$  is related with an affine version of flag manifold  $\text{Flag}(4; 1, 2, \mathbb{R})$ .

既に1頁で触れた様に、spacelike Clebsch dual field は de Sitter space と密接な関係があり、Snyder は(その動機は不明だが) de Sitter space 上に分布する spacelike momentum の性質を上手く利用して、Lorentz 共変性を損なわない時空の量子化を提案している。その事を踏まえて、ここで改めて、式 (6) の同型について考えてみると、場  $\hat{T}_\mu{}^\nu$  を生じさせている  $S_{\mu\nu}$  についての量子化は Majorana fermion 場によって表現される事は示されているので、de Sitter space を用いた Snyder の時空の量子化は、Majorana fermion 場の量子化と深く関係していると推察される。時空の量子化には、量子化されていない時空には存在しない、時空の交換関係が登場する。Snyder の論文の中から、時空の交換関係だけを取り出してみると、それは

$$[\hat{x}^i, \hat{x}^j] = \frac{i(l_p)^2}{\hbar} \epsilon_{ijk} L_k, \quad [\hat{x}^0, \hat{x}^i] = \frac{i(l_p)^2}{\hbar} M_i; \quad 1 \leq (i, j, k) \leq 3, \quad (8)$$

となる。ここに  $\epsilon_{ijk}$  は Eddington's epsilon で  $L_i$  と  $M_i$  は、それぞれ、(spatial-spatial) と (spatial-temporal) に対応する角運動量ベクトルである。この角運動量表現  $L_i$  と  $M_i$  は、式 (7) における  $S_{\mu\nu}$  と同等である事から、時空は離散的 Grassmann manifold としての spin-network と見做せる。直観的には、沢山の独楽がある規則に従い3次元空間に配列していて、独楽の回転運動が式 (6) における「動力学」 $\hat{T}_\mu{}^\nu$  に対応していて、回転の方向とその大きさといった特性をその配列を規定する規則に内包して存在する幾何的構造が「状態」として了解される。

次に、timelike な時空について考えてみる。上の議論で Clebsch dual field が dark energy と深く関係している事を述べたが、私の宇宙論では、timelike な時空には dark matter が深く関わっている。現在の宇宙論においては、通常物質が宇宙で占める割合は数パーセントで、残り

の大部分が未知の dark energy と dark matter という事で、何故に通常物質の存在比がこれほどに小さいのかが大きな謎となっている。学界の大勢を占める考え方は、この未知なる両者を新種の素粒子から説明しようとするものであり、確かにそういう視点に立てばこの存在比は大きな問題となるかもしれないが、私の宇宙論では、この両者は物質的な存在ではなく“時空的な存在”と考えるので、上記の存在比は決して不思議ではなく、むしろ自然である。以下に、時空的な dark matter とはどんなものか簡単に紹介する。式 (1, 2, 3) において、Riemann 曲率テンソルの事に触れたが、このテンソルには Weyl 曲率テンソルという特殊なものが存在する。これは量子場における真空状態に対応するようなものである。式 (1) の Einstein 方程式は物質場に起因する  $T_{\mu}{}^{\nu}$  がゼロの場合（極端に小さい宇宙項  $\Lambda g_{\mu}{}^{\nu}$  を無視すれば）Ricci 曲率はゼロになるという事を示している。Ricci 曲率がゼロになっても時空が平坦になるわけではなく、Weyl 曲率が存在する事が示される。この Weyl 曲率を重力と見做す考え方は conformal gravity と呼ばれ、私の宇宙論ではその様な考え方を採用している。但し、通常の conformal gravity とは異なる点の一つだけある。それは、Weyl 曲率が満たす恒等式

$$W_{\mu\alpha\beta\gamma}W_{\nu}{}^{\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{4}W^2g_{\mu\nu} = 0, \quad W^2 := W_{\alpha\beta\gamma\delta}W^{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad (9)$$

に基づき、光の場の共形不変性が破れて、距離空間としての宇宙が生まれた時に、Weyl 曲率が非ゼロなる  $W^2$  を伴って出現するという仮説を採用するという点である。私がこの仮説を採用する主な理由は、これにより、本来は物理と関係のない純粋に数学的な概念としての計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  が物理的な Weyl 曲率と結びつくからである。Einstein の一般相対性理論は、一部の物理学者から「Einstein の軟体動物」と呼ばれ批判されていたと本で読んだ事があった。その様に批判された原因は、物理系を記述する座標の選択は物理とは関係なく自由にできるはずなのに、その座標選択に依存する計量  $g_{\mu\nu}$  をそのままの形で物理に持ち込むのはおかしいという主張である。式 (1) の左辺にある第三項  $\Lambda g_{\mu}{}^{\nu}$  は宇宙項と呼ばれ、計量テンソル  $g_{\mu}{}^{\nu}$  がそのままの形で現れる為に、これまでもその意味について色々と議論されてきた歴史があり、世間一般に広まっている宇宙論では、この宇宙項は dark energy のモデル化に使用されているが、私のモデルでは、この世間の常識に反する形で dark matter のモデル化に使われると同時に、この項こそが重力場のエネルギー・運動量テンソルであると主張する。

次に、私のモデルでは dark matter がどのように表現されるのかを説明する。それを示す為に、宇宙全体に理想気体が存在する場合の流体力学を一般相対論的に考えて、その運動を調べる事により、通常物質とは異なるが、物質の様に運動する場の存在を特定する。詳細は論文に書いたもので、ここでは結論だけを以下に記す。流体の 4 元速度、渦度、絶対温度、単位体積当たりの粒子数（相対論的密度）、熱力学的エントロピー（これは重力エントロピーとは異なる！）をそれぞれ、 $u^{\mu}$ ,  $\omega_{\mu\nu}$ ,  $T$ ,  $n$ ,  $\sigma$  とし、また渦度  $\omega_{\mu\nu}$  の Hodge dual を  $*\omega^{\mu\nu}$  とすると、以下に定義される  $\Omega_T$  は重力場に関しての“エントロピー”を与える量となり、その流れ  $\Omega_T u^{\mu}$  は、以下に示す様な

保存則：式 (11) を満たす。

$$\Omega_T := \Omega/T, \quad \Omega := \omega_{01}\omega_{23} + \omega_{02}\omega_{31} + \omega_{03}\omega_{12}, \quad (10)$$

$$\Omega_T u^\mu = {}^*(\omega^{\mu\nu})\partial_\nu(\sigma/n), \implies \partial_\nu(\Omega_T u^\nu) = 0. \quad (11)$$

これに加えて、計量テンソル、Weyl 曲率テンソル及び渦度テンソル間に成立する以下の重要な関係式も導出した。

$$g^{\mu\nu} = \frac{W^{\mu\alpha\beta\gamma}W^\nu_{\alpha\beta\gamma}}{W^2/4} = \frac{{}^*\omega^{\mu\sigma}({}^*\omega^{\kappa\lambda})\omega^\nu_{\sigma\omega_{\kappa\lambda}}}{({}^*\omega^{\kappa\lambda}\omega_{\lambda\kappa})^2/4} = \frac{{}^*\omega^{\mu\sigma}({}^*\omega^{\kappa\lambda})\omega^\nu_{\sigma\omega_{\kappa\lambda}}}{(4\Omega)^2/4}. \quad (12)$$

相対論的力学においては、質量分布はスカラー曲率  $R = R_\nu{}^\nu$  に対応するが、式 (12) から、 $W^2$  と  $(4\Omega)^2$  は強い相関がある事がわかる。既に純粹な Weyl 曲率は、相対論における真空を表現すると説明したが、もし、物質分布の量が非常に少ない領域において、比較的強い重力場のエントロピー流  $[\Omega_T u^\mu = (\Omega/T)u^\mu]$  が存在する場合、それは通常物質の運動が従う質量保存則  $\partial_\nu(nu^\nu) = 0$  と同じ保存則式 (11) に従うので、見えない物質として認識される事になる。この私が定式化した重力場のエネルギー・運動量テンソルと重力場のエントロピー流は、昨年発表された湯川研の Aoki et al. の論文で発表された相対論における新たな保存量の定式化と整合的である事も示した。

以上の事を紹介した上で、いよいよ私が言いたい結論的部分へと進む事にする。私たちが住むこの世界には因果律があり、それは時間の概念やエントロピーの概念と深く関係している。相対論における時空は、光の軌道である光円錐により因果律 (Einstein causality) の存在する timelike な領域と、そうでない spacelike な領域に分割さる。世間一般に広く普及している量子場の考え方は、off-shell 的 spacelike momentum は無視するというものだが、無視すれば量子場の相互作用を記述できないというのが Greenberg-Robinson (GR) 定理で私の理論はそれを基に構築されている。標準理論による電磁場の相互作用作用は Feynman 図の中に現れる質量ゼロの仮想光子のやりとりで電磁相互作用が起こると説明される。標準理論はゲージ原理というものを基に構築されていて、相互作用は質量ゼロの gauge boson の交換で起こるとされているが、私は、この質量ゼロという表現は非常に好ましくないと思う。何故なら質量ゼロというと、光円錐上の領域にある photon を連想してしまうので。(実際仮想「光子」と命名されている!) 実際の相互作用は光円錐上の lightlike なものというより spacelike 全体の momentum が必要というのが、(GR) 定理の内容。

この点に注目して、Clebsch dual field に関する式 (5) と因果律が存在する timelike な領域で定義される重力エントロピー流に関する式 (10, 11) を比較すると以下の事が直ぐにわかる。式 (5) で定義される  $\hat{R}_{\alpha\beta\gamma\delta}$  は、式 (3) を満たすために

$$\Omega = S_{01}S_{23} + S_{02}S_{31} + S_{03}S_{12} = 0, \quad (13)$$

となるが、式 (10) の  $\Omega_T$  は

$$\Omega_T = \omega_{01}\omega_{23} + \omega_{02}\omega_{31} + \omega_{03}S_{12} \neq 0, \quad (14)$$

となる。既に述べた様に、西郷さんが目指している圏論に基づく、量子場理論の再構築においては、時空は離散的 Grassmann manifold で、そこでは角運動量に対応するスピンの概念が、式 (13, 14) の意味で重要な役割を果たすはずである。式 (14) は古典的流体力学の結果から導いたものだが、(古典的という部分には目をつぶって)「粒子的」という属性に着目すれば、式 (13) は非粒子的な spacelike momentum 全般を含む「動力学=状態」{ 式 (6) } の様なもの(熱力学的な場)に対応しているので、(仮想光子ではない)この部分が電磁量子場の相互作用を担うものと言えるはず。更に式 (13) に対応する dark energy 場は、反重力場という意味において重力場と双対であり、この意味において、私の dark matter モデルを含む重力場モデルの式 (9) と電磁場の拡張としての Clebsch dual 場の“有機的”繋がり、電磁-重力場の統一的側面を示すものとなっていると同時に、物質宇宙の進化発展を「dark matter = 高温の熱槽」、「dark energy = 低温の熱槽」という二つの熱槽によって駆動される熱機関と見做す事を可能にしている。現在、この理論を更に発展させて、物理学における未解決な「階層性問題」をこの熱力学的アプローチで見直した場合、何が言えるのかという事に関しての論文を小嶋先生と共に作成中である。

Rodrep の研究グループでは、西郷さんの圏論的アプローチによる新しい量子場理論の構築と共に、ドレスト光子の応用研究の一環として量子ウォークモデルによるドレスト光子の数値シミュレーションも盛んに行われている。この研究は言うまでもなく、有望な応用技術開発に繋がるドレスト光子の制御を目指しての事であると言える。しかし、私は、この工学的研究と西郷さんの数学的研究並びに私の(ドレスト光子研究から発展した)熱力学的宇宙論とを結びつける確かなイメージを心に抱いている。1 年程前に、ある科学雑誌に掲載された脳の神経システムのネットワークの形状が、宇宙の大規模構造に関するネットワーク構造と大変よく似ているとの指摘をしている論文を定期勉強会で紹介した。私の宇宙論の視点からは、これら大規模構造は、ビックバン以来ずっと続く dark matter と dark energy が作り出す熱力学的准平衡状態に随伴する重力場のエントロピー流が作り出したものと解釈できる。既に述べた様に、このエントロピー流は大雑把に言えば dark matter の流れである。そして、その流れが大規模構造形成に大きく貢献しているという事は、この目には見えない dark matter を目には見えないドレスト光子と見做せば、この大規模構造が(圏論的)ネットワークで、そのネットワーク内を動きま回る dark matter である重力場のエントロピー流はドレスト光子に対応するという構図が浮かび上がってくる。もう 2 年程前になると思うが、瀬川さんが、量子ウォークシミュレーションは、電気回路を流れる電流に似ている事を指摘していた事があった。電気回路における Kirchhoff's law の一つは、保存則 (11) に対応すると思われる。大津先生がドレスト光子の実験的研究で、とても興味深いと感じた事は、ドレスト光子の自己組織化だと言われていたが、宇宙の大規模構造の場合、この自己組織化を駆動するものは重力場のエントロピー流であると思われる。最後に、私が感じるドレスト光子研究の大きな可能性を一言述べて締めくくりとする。ドレスト光子とは、何か?一言で言えば、光速で動きまわり決して静止しない光の場を“静止した光”に変換する技術である。電気を担う fermion の電子と異なり光は boson である為に、原理的には Bose-Einstein 凝縮で限られた空間内に無数に詰め込む事ができる。電磁波が電場と磁場の二つから成る様に、ドレスト光

子も電場的なものと磁場的なものが存在するようである。この場合の磁場は Dirac が予言した mono-pole としての磁場ではなく、あくまでも磁気双極子としての磁場である。この2種類の電磁エネルギーを高密度でパックしたり貯蔵できる技術ができれば、その応用技術は限りなく広いと感ずるのであるが、皆さんはどう思うのであろうか？