

ドレスト光子の数理

○ 安藤 浩志 (千葉大理)

ドレスト光子はナノメートル寸法の領域で電子や電子・正孔対と光子が結合して出来た準粒子であり、自由空間を伝搬する光とは本質的に異なる振る舞いを示す事が知られています。またその性質が伝搬光を用いては実現できなかった様々な光デバイスの設計に活用されています [8]。一方でドレスト光子の理論的研究は実験・応用面での成功に比して困難が多く、未だ手探りの状態が続いています。代表的な問題点を3つ紹介します。ナノ領域における光と物質の相互作用を扱うには、量子化された電磁場の理論が必要です。困難の1つ目は、自由場を別として量子電磁力学の数学的に厳密なモデルが現在も構成されていない事です(発散の困難)。2つ目は、ドレスト光子発生の機構には、光がナノ領域で、巨視的物質に囲まれたナノ物質と相互作用する事にあります。全ての物理的自由度を完全に取り入れた記述は原理的に不可能ですが、ではどのように粗視化し、モデル化するかは全く明らかではありません。ドレスト光子が関与するナノ領域での電磁場の振る舞いは、真空中で光と荷電粒子が相互作用する様子とは本質的に異なるのかもしれませんが。3つ目は、仮想光子であるドレスト光子発生の機構自体を観測する事は出来ず、別のナノ物質を用意して光子を散乱させ、その散乱光を観測する必要がある事です。従って問題は観測という操作と不可避である事です。場の量子論と観測の理論の関係は現在進行形で研究が進んでいる難問です [6, 7]。他にも問題は山積している感がありますが、私は1,2の問題を中心に考察しています。量子化された電磁場は形式的には無限個の調和振動子の集まりの様に見えますが、そこには無限自由度の力学変数を持つ系の量子化を考えると現れる非同値な表現達を考察する必要が現れ、具体的モデルを構築し、その解析を行う事と並行して作用素代数的考察も重要になります [3, 4, 6, 7]。私は特にこの作用素代数の観点から得られた量子場の作用素たちが作る代数系(作用素環)はどのような構造を持っているか?を調べています。以下でもう少しこの事情を説明します。有限自由度変数 Q_1, \dots, Q_n とその共役運動量 P_1, \dots, P_n を持つ系を正準交換関係 $[Q_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$ に従って量子化する方法(より正確には Weyl 型の CCR を満たす既約表現の場合)は、適当な条件下で、ヒルベルト空間 $L^2(\mathbb{R}^n)$ 上の作用素

$$Q_k = x_k, \quad P_k = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}$$

としての実現しかない、という事が知られています。従って有限自由度の孤立系の量子力学を考える際には、 Q, P 達の作用素としての実現の仕方がどうであるか等を心配する必要はありません。しかし、 $n = \infty$ の場合には本質的に異なる既約表現(作用素としての実現方法)が無限個存在する事が知られています。従って作用素としての実現方法=表現の方法を調べる事に大切な意味があると考えられます。無限自由度の系の表現の中には、自由場であっても既約表現への分解方法に一意性が全くないものが多く存在します。特に中性スカラー場を量子化する場合、演算子 $\phi(\mathbf{x})$ やその共役運動量 $\Pi(\mathbf{x})$ が与えられて、

$$[\phi(\mathbf{x}), \Pi(\mathbf{y})] = i\hbar\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdots (*)$$

の関係式 $+a$ を満たすものとして“定義”されたと考えたくなりますが、現実にはそのような作用素は存在しない為、テスト関数 f で均された場 $\phi(f)$ 達を考えることとなります。テスト関数 f の台を時空領域 O に含まれるものたちに制限して、それらの作用素から得られる作用素(von Neumann)環 $\mathcal{M}(O)$ (サポート条件を満たす場の作用素のスペクトル射影達で生成する von Neumann 環)を構成すると、これは III 型因子環と呼ばれるものになっていることが知られています(荒木の定理)。あ

るいは場の作用素を Fourier 変換して, 高い運動量成分を消去すると (運動量切断), 時空 x における場の作用素 $\phi_k(x)$ が定義できます. $\kappa > 0$ は切断運動量の絶対値の上限を与えるパラメータです. すると, 同様に作用素環 $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$ を構成する事もできます. $\kappa \rightarrow \infty$ で $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$ と $\mathcal{M}(\mathcal{O})$ は本質的に一致すると期待されますが, 実際にどうなっているかは不明です. さらに量子電磁場の場合はゲージの固定方法により, 場の作用素の実現方法は複数あり得ます. 量子電磁場から同様に $\mathcal{M}(\mathcal{O})$ を構成する事はできますが, それがどのような性質を満たすかはあまり調べられていません. $\mathcal{M}(\mathcal{O})$, $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$ の構造を調べ, 巨視的物質に囲まれたナノ物質と電磁場の相互作用を, どのように有効的に取り入れるかを今後考えていきたいと思っています. まずは Coulomb ゲージにおける量子電磁場の作る作用素環を調べています. これは Boson Fock 空間と呼ばれる, 光子の生成・消滅を記述するに適した Hilbert 空間に作用する作用素値超関数で, Coulomb ゲージ条件に従って電磁場の縦波成分を消去したものを構成するモデルです [1].

謝辞

本研究は (社) ドレスト光子研究起点の助成を受けています.

参考文献

- [1] 新井朝雄, フォック空間と量子場 上・下 (日本評論社), 2000.
- [2] 新井朝雄・河東泰之・原隆・廣島文生, 量子場の数理 (数学書房), 2016.
- [3] Ola Bratteli and Derek William Robinson, Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics I, II (Springer), 1986.
- [4] Rudolf Haag, Local quantum physics (Springer), 1992.
- [5] K. Kobayashi and M. Ohtsu, J. Microscopy 202, 279 (2001).
- [6] 岡村和弥・小嶋泉, 無限量子系の物理と数理 (SGC), 2013.
- [7] 小嶋泉, 量子場とミクロ・マクロ双対性 (丸善出版), 2013.
- [8] 大津元一, ドレスト光子 (朝倉書店), 2013.