

## 量子ウォークと消えた酔っ払い

松岡 雷士 (広島工業大学)

量子ウォークをToyモデルとしてドレスト光子とオフシェル科学を拡張する研究を開始し、そろそろ二年が経とうとしている。ところで、著者が量子ウォークを自分の研究として意識したのは忘れもしない2009年のことであり、既に12年前のことである。自分の研究に「もしかしたら量子ウォークに関連するのではないか」という直感があり、当時から量子ウォークの貴重な和書であった今野紀雄先生の本[1]を懸命に読み解いた記憶がある。実は著者にはその12年前以来、ずっと気にかけてきた量子ウォークに関連する問題がある。そしてその重要とも思える問題はまだまだ注目されていない。いずれは書籍にして出版したいと妄想している内容であるが、ここではその一端を紹介する。

量子ウォークはランダムウォークの量子版であると言われる。ランダムウォークは酔っ払いの千鳥足に例えられ、二分の一の確率で左に一步、二分の一の確率で右に一步進む酔っ払いが教科書に頻繁に現れる。この部分は非常に理解しやすい。このような酔っ払いの経路を全て積算すると、時間の平方根に比例して幅の広がる正規分布が出現する。

ランダムウォークを元にして量子ウォークを議論する際には、まずランダムウォークの確率分布の時間発展を以下の漸化式で表現する。

$$P(n, t+1) = \frac{1}{2}P(n-1, t) + \frac{1}{2}P(n+1, t)$$

ここで $n$ はサイトのインデックス、 $t$ は時刻を表している。時刻が一つ進むと、隣接する両隣のサイトからその1/2の確率がそれぞれやってくる、という意味である。量子ウォークはこの確率 $P(n, t)$ を複素振幅の状態ベクトルに置き換え、1/2の部分それぞれユニタリ行列に置き換えたものであるとして導入される。状態ベクトルの各成分の二乗和は確率分布となり、初期状態とユニタリ行列に依存して様々な確率分布の時間発展が出現する。

ランダムウォークの時間発展から量子ウォークの時間発展に概念が拡張される流れは実に明快である。しかしながら2009年の著者は頭を抱えていた。ところであの「酔っ払い」はどこへ行ってしまったのか、と。これは言い換えれば「量子ウォークのサンプルパスはどうすれば描けるのか？」という疑問であった。結論を言えば量子ウォークのサンプルパスを描く方法は存在する。離散時間量子ウォークの場合は時間発展前後の確率分布を比較することで、各サイトの確率の行き先を決定できる。連続時間量子ウォークの場合は若干トリッキーで解釈が難しいが、既に先行文献[2]がある。それが何を意味するのかという疑問は未だ消えないが、量子ウォークにもやはりサンプルパス（に対応する概念）は存在するのだ。

しかしながら、既存の文献では量子ウォークが導入された途端に「酔っ払い」個人はあまりに唐突に姿を消してしまう。そして二度と現れない。確率分布という抽象的な概念に取り込まれ、あたかも雲のように扱われる。当時の著者はサンプルパスが議論されない理由を一人で妄想し

続けた。その誤解や思い込みは今振り返ってみても面白い。

**当時の誤解 1：量子ウォークにおける確率分布は波動関数のようなものであり、ウォーカーは観測するまでは全ての場所に同時に存在する。よってランダムウォークと異なって個々のサンプルパスは議論できない。**

この誤解のポイントは「全ての場所に同時に存在する」ということが量子ウォーク特有の考え方であると解釈している点である。実際は確率分布の考え方を持ち出した時点で、ランダムウォークにおいても「酔っ払いは全ての場所に同時に存在する」ことになる。だから、量子ウォークにおいてのみサンプルパスを議論してはならない理由にはならない。

**当時の誤解 2：二重スリットの問題では光子がどちらのスリットを通ったかを観測してはならない。だから量子ウォークでもそれまでの経路を議論してはいけない。**

この誤解のポイントは「サンプルパスを考える＝観測」であるとしてしまった点である。量子ウォークのサイトは離散的であり、ウォーカーは左右に隣接したサイトにしか移動することが出来ない ( $\Delta n = \pm 1$ )。途中で観測を行ったかどうかには関係なく、 $\Delta n = \pm 1$  の制約からサイトに到達する途中の経路は自ずと制限されている。「そのサイトにたどり着くためのパス」という概念は観測とは無関係に存在する。

いずれの誤解も量子ウォークのサンプルパスが議論されないことを当時無理やり納得しようとした結果であるが、「初心者によくある間違い」として例示する価値は充分にあるのではないかと振り返る。

量子ウォークの研究において明確にパスを意識した解析手法としては、パスカウンティングという手法がある。この手法ではウォーカーが全ての古典経路を通っていると仮定してその時間変化を追跡し、ウォーカー同士の干渉を考慮して足し合わせることにより、確率分布の時間発展を導出する手法である。この手法は数学的に正しく、正確な確率分布が導出される。ただし、個々のウォーカーのサンプルパスを導出する手法ではない。

最近になって著者はこのパスカウンティングの考え方が経路積分と類似していることに気付いた。だとすればサンプルパスの追求はネルソンの確率力学に対応しているのだろうか。ランダムウォークとの対応を探していただけのつもりだったのに、量子ウォークという量子力学の縮図の中で、身の丈に合わない大それたことを妄想し続けているのかも知れない。この一連の酔っ払い消失問題については著者の手書きのノート上ではある程度面白い議論に仕上がってきた。いずれ公開できる日を楽しみにしている。

[1] 今野紀雄「量子ウォークの数理」産業図書 (2008).

[2] Diego de Falco, Dario Tamascelli “Quantum walks: a Markovian perspective”, arXiv:0801.4515v2 [quant-ph] (2008).