

# ドレスト光子モデルの構築及びその時空幾何学的意義について

ドレスト光子研究起点、佐久間弘文

Feb. 20th, 2026

物理学及び工学における未解明現象の理論構築は、数学とは異なり、“公理”の様な自明な出発点から演繹的に導かれるものではない。まず、何らかの作業仮説を立て、それに理論的肉付けをして、暫定的な理論を構築して、それを実験結果と比較しながら必要なら理論を改善するという一連の過程を通して理論構築は行われる。ドレスト光子(以下 DP)の理論構築も、もちろんその様な一連の手続きを踏むわけであるが、ここでは、DP の理論構築における (1) 作業仮説及び、その (2) 理論的肉付けとは具体的にどのようなものなのかを簡潔に説明する。

1. 作業仮説において説明されるべき DP は、その大きさが数十 nm (ナノメートル) 以下の準粒子(quasi-particle)であり、外部からの光の場が物質中のミクロな不純物や物質の境界面におけるミクロな突起状の不連続点等と相互作用して発生する事が実験的に示されている。伝統的な光学は、古典物理におけるマックスウェルの電磁理論に基づいているが、数十 nm 以下というスケールは量子論で記述されるミクロの物理領域と古典論で記述されるマクロの物理領域の境界であるか、またはミクロ側に属する領域と思われる為に、そこでの現象が古典理論で精度よく説明できるとは考えられない。ここで鍵となる要素は「ミクロ物理＝量子論」と「相互作用＝非線形性」である。この二つの要素を DP 力学に取り込む上で重要な示唆を与えるものが、公理的量子場理論における Greenberg-Robinson(GR) 定理で、それは以下の事を主張している定理である：「量子場が相互作用する際には、spacelike(超光速)な運動量場の関与が必須である。」ここで注意しなければならない事は、「量子場の相互作用」は現代物理における未解明のテーマで、完成された理論があるわけではないという事である。従って、現段階で可能なアプローチは、量子力学の創成期に模索された“古典理論に基づく代替的アプローチ”を用いる事である。

この代替的アプローチの中核となるメカニズムとして、アハラノフ等による spacelike な運動量場と点状の timelike な場との相互作用の古典的解析(資料1)を参考にして、DP モデルを同定した。彼らの解析結果によると、相互作用により生じる場は(1)安定な spacelike な場と、(2)振幅が指数関数的に増大及び減少する不安定な timelike な場の二つである。(2)における一組の不安定解は、数学的には時間の向きを反転させる事により入れ替わる解である。この様な時間反転は、量子論のファイマンダイアグラムによれば、粒子と反粒子の関係に対応する。実際、素粒子物理学においては、光と物質との相互作用から粒子・反粒子対が生成される事(対生成)は、良く知られた事実であり、上記のアハラノフ等の古典モデルは、この[光と物質との相互作用]を[spacelike な運動量場と点状の物質との相互作用]に置き換えたものであると解釈できる。この様にして生成された粒子対は、一般的には他の粒子へと変化する事も良く知られている事で、この過程は対消滅と呼ばれる。作業仮説としての DP 生成は、この様な対消滅過程を経て、最終的に発生する準粒子としてのスピンゼロのボゾン場が DP であると同定するものである。なお、Dressed photon (DP) とは、相互作用を通して物質場由来のエネルギーを身に纏い粒子化した“光子”という意味で命名されたものである。上で説明した内容の定量的表現は資料2に掲載されているが、ここでは最終形としての DP 構造(粒子半径  $R_{(n)}(r)$ )が以下の湯川型ポテンシャルで与えられる事を示す。

$$R_{(n)}(r) = \frac{1}{r} \exp(-\sqrt{n}\kappa_0 r); n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

上記の式に現れる定数  $\kappa_0$  の逆数 ( $l_{dp} := (\kappa_0)^{-1}$ ) は、大津元一先生の実験で確定され (資料3)、その大きさは 40nm 程度でドレスト光子定数と命名されている。ここでは、その詳細な解析については触れないが、 $l_{dp}$  は物理学において現れる最小の長さである「プランク長」と「宇宙定数により定義される最大長」の幾何平均を与える長さとなっていて、別の言葉で表現すれば、 $l_{dp}$  は、古典域と量子域の境界を与えるハイゼンベルグカットとなっている。この 40nm という DP の大きさは、物性物理で重要な役割を果たす励起子としての (電子-正孔) 対のボーア半径に近いので、(電子-正孔) 対の様に半導体の物理的特性に重要な影響を与えると推測される。

2. 冒頭で触れた DP 仮説の“理論的肉付け”と言う点に関しては、DP に関しての力学的特性が時空幾何学と密接に関係していて、宇宙論のテーマに与える影響も大きいので、以下その様な側面の研究の状況を簡単に説明する。20 世紀物理に革命を齎した相対性理論も量子論も共に光の場に関しての新たな発見により導かれた事は良く知られている事実である。具体的には、前者に関しては座標変換における光速不変の原理であり、後者においてはプランクの光量子の発見である。特に光の場が持つ共形不変性は、その特性がスケールに寄らないという著しい性質である。この数年のドレスト光子研究推進の活動は、当初には予想もしていなかった宇宙論への繋がりを自然な形で導いた。40 nm 程の DP の存在がどうして宇宙論的スケールの時空構造と結びつくのかという事は、ひとえに時空場の基本構造としての光の場が持つ共形不変性の為であり、時空はその共形不変性の破れと共に創発する存在で、破れない lightlike 領域と共に、我々が存在する timelike 領域及び 超光速の spacelike 領域が存在する。数年間の DP 研究が明らかにした事は、式 (1) で導入した DP 定数  $\kappa_0$  がその破れに対応する重要なパラメータで、現代宇宙論における未解明の存在であるダーク・エネルギー (DE) とダーク・マター (DM) をもそれにより簡潔に説明できるという事である。(現時点では、DE と DM は未解明の存在で、そんなものは無いという仮説を含め、色々な考え方が示されている。)

前節の式 (1) は timelike Klein Gordon (TKG) 方程式

$$\nabla^\nu \nabla_\nu \phi + (\kappa_0)^2 \phi = 0, \quad (2)$$

の解と同形であるが、元々の議論の出発点が GR 定理に基づく spacelike な場の役割を考察する事であったので、まずは、式 (2) に対応する spacelike Klein Gordon (SKG) 方程式

$$\nabla^\nu \nabla_\nu \lambda - (\kappa_0)^2 \lambda = 0, \quad (3)$$

を考えてみる。この式の解は宇宙論で良く知られている膨張するドジッター宇宙で、その解を特徴付ける定数がダークエネルギーと呼ばれるものである。量子論のディラック方程式の解は古典的 TKG の解の“平方根”と解釈されるので、その様な解釈を SKG 方程式に適用すると、式 (3) の量子論的な解を構成する定数として、(空間の自由度が 3 である時空においては) スピン 3/2 を持つマヨラナフェルミオンの複合状態として定義されるラリタ・シュウィンガー状態が導かれる。非常に興味深い事実として、DP の実験的研究で求められた定数  $\kappa_0$  とアインシュタイン方程式を組み合わせ、ダークエネルギーに対応する定数 (次項の式 (4) における  $\Lambda$ ) を求めてみると、それはプランク衛星による宇宙観測で得られた値に非常に近い。長さの 2 乗の逆数で定義される宇宙定数で比較すると、宇宙観測による値が、 $3.7 \times 10^{-53} m^{-2}$  で、DP 実験による見積もりは  $2.47 \times 10^{-53} m^{-2}$  となる。

現代物理学において、時空は物理的現象を記述する為の数学的枠組みを与える存在であると同時に、それは重力場という物理的対象でもあるという特殊な存在である為に、未だ重力は電磁力、弱い力及び強い力と統一できていない状態である。その様な状況下において、数理論理学者ペンロースは、時空と物理的場の結びつきに関する興味深い予想であるスピン・ネットワーク仮説を提唱している。この様な仮説は、数学的視点からは、DP 研究会の西郷甲矢人氏が推進している「圏論的視点で時空構造を見直す」という事に大変近い研究であると思われる。小嶋泉先生の「量子・古典対応」という視点からみると、ペンロースのこの仮説が正しければ、古典論の範囲においてもその兆候は見られるはずである。この事を確かめる為には、以下の相対論の基本式が大変役に立つ。

$$R_\mu{}^\nu - Rg_\mu{}^\nu/2 + \Lambda g_\mu{}^\nu = CT_\mu{}^\nu, \quad R := R_\nu{}^\nu. \quad (4)$$

ここに右辺の  $T_\mu{}^\nu$  は着目する物理系のエネルギー・運動量テンソル、左辺は Ricci テンソル  $R_\mu{}^\nu$  と計量テンソル  $g_\mu{}^\nu$  という純粋に幾何学的な量で定義されたアインシュタインテンソルで宇宙項  $\Lambda g_\mu{}^\nu$  を含み、右辺の  $C$  は両辺の物理的次元が等しくなるように導入されたある物理的定数である。

前項の式 (3) で表現されるドジッター宇宙に関しては、非常に興味深い研究がシュナイダーによって成されている。なんと、彼は運動量空間がドジッター空間になるという仮定の下で、正準量子化の手法を用いて、時空を量子化したのである。正準量子化というのは、言うまでもなく系のハミルトニアン (H) をペアーとなる正準変数を用いて表すという古典物理の中核的表現を用いて行う量子化の手法である。流体力学の場合、この手法が機能するのは、2つの独立した熱力学変数が縮退して一つの変数だけが残る順圧流体の場合のみで、その時に Clebsch parameterization (CP) という変換手法を使うと、流体の運動方程式を正準形に書き直す事ができる。電荷の存在しない自由空間を伝搬する電磁場はマクスウェル方程式で記述されるが、それは数学的にみれば渦の方程式である。従って、上記のシュナイダーの仕事を参照して、私は電磁場を時空の spacelike 領域へ拡張する際に、電磁場のベクトルポテンシャル  $U_\mu$  を CP で表現する事を思い付き、それを実行してみた。具体的には、 $U_\mu$  を以下の様に表し、

$$U_\mu = (\lambda C_\mu - \phi L_\mu); \quad C_\mu := \nabla_\mu \phi, \quad L_\mu := \nabla_\mu \lambda, \quad (5)$$

更に、付加条件として、

$$\nabla^\nu \nabla_\nu \lambda - (\kappa_0)^2 \lambda = 0, \quad \nabla^\nu \nabla_\nu \phi - (\kappa_0)^2 \phi = 0, \quad C^\nu L_\nu = 0, \quad (6)$$

を課すものである。簡単な計算により、 $U_\mu$  は測地線に沿って移流される： $U^\nu \nabla_\nu U_\mu = 0$  事が示される。

そうして導かれた spacelike 領域の電磁場のエネルギー・運動量テンソルを  $\hat{T}_\mu{}^\nu$  として、更に「渦」としての電磁場を交代テンソル  $S_{\mu\nu} = (-S_{\nu\mu})$  で表せば、

$$\hat{T}_\mu{}^\nu = S_{\mu\sigma} S^{\nu\sigma} - S_{\sigma\tau} S^{\sigma\tau} g_\mu{}^\nu/2, \quad (7)$$

となる。式 (4) の左辺に現れる Ricci テンソル  $R_\mu{}^\nu$  とは、4 階の曲率テンソル  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  を  $R_\mu{}^\nu := R_{\mu\sigma}{}^{\nu\sigma}$  の様に縮約して得られるものである。ここで非常に重要な事は、添え字の入れ替えで生じる 4 階の曲率テンソル  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  の符号の変化は、2 階の交代テンソルとしての  $S_{\mu\nu}$  の 2 次式として定義される  $S_{\alpha\beta} S_{\gamma\delta}$  の符号の変化と全く同じになる！という性質がある事である。高校で習うニュートンの運動方程式は「質量と加速度の積 (A) が力 (B) に等しい」というもので、式で表現すれば  $A = B$  と

なるが、この場合の等式は両辺の数学的表現が等しくなるというものではなく、その値が等しくなるというものである。しかし、今ここで考察している（spacelike 領域に拡張された）電磁場の場合、アインシュタイン方程式は、（非常に小さな宇宙項  $\Lambda g_{\mu}^{\nu}$  を無視すれば）

$$S_{\mu\sigma}S^{\nu\sigma} - S_{\sigma\tau}S^{\sigma\tau}g_{\mu}^{\nu}/2 = R_{\mu\sigma}{}^{\nu\sigma} - R_{\nu\sigma}{}^{\mu\sigma}g_{\mu}^{\nu}/2, \quad (8)$$

となり、これは、 $A = A$  の様な恒等式に近い形となっている。これは、spacelike 領域の時空は、あたかも電磁場の「渦」のような形を共有している事を示すもので、「時空は渦構造でできたネットワーク」という主張が成立する。

では、timelike 領域の場合はどうなるのであろうか？詳細な数学的解析は、spacelike 領域に比べ、はるかに複雑になるので、ここではその概要をできるだけ式を使わずに説明する。証明に使われる中核となる概念は、spacelike 領域同様、H 構造であるが、それは通常の H 構造ではなく、20 世紀の後半に、数学者及びプラズマ物理学者により構築された「一般化された H 構造」である。通常の H は、物理系の全エネルギーに対応する量であるが、一般化された H 構造の場合は、系の全エネルギーにカシミール不変量を加えたものになる。カシミール不変量の物理的イメージは、渦や角運動量に関する不変量であるという事である。川や海や大気に存在する渦運動は一般に乱流と呼ばれる渦運動で満ちていて、それは流体運動の不安定性から生じている非常に複雑な運動で、それ無しには世界は退屈な程単純になると思われる。カシミール不変量とはその様な重要な渦に関する不変量で、本稿の主題であるスピン・ネットワークと深く関わるものであると言える。結論を先に言うと、timelike 領域の時空をスピン・ネットワークという観点から渦運動に結びつける試みにおいて重要となるのが、このカシミール不変量に関する力学である。

宇宙論という分野では、宇宙の大域的構造に注目する為に、使用するモデルはシンプルである。宇宙全体を満たしている物質は通常なんらかの流体力学モデルが採用される。ここでは、理想流体（気体）モデルを採用する事にする。その様な流体がどの様に運動するのかを決定する式は、運動方程式と呼ばれ良く知られているものである。あまり良く知られていない点としては、その方程式を相対論的に拡張した場合、それは数学的には電磁気学のマクスウェル方程式と同形になるという事である。電磁気学における保存量は電荷であるが、理想流体の場合の保存量が上記のカシミール不変量に対応している。ここでは、詳細な式の導出過程は省略するが、このカシミール不変量に関する知見と、他の幾つかの相対論的知見を組み合わせると、以下の重要な結論を導く事ができる。もし、timelike 領域全体で以下に定義されるカシミール不変量の密度  $\Omega_c$  がゼロにならなければ、

$$\Omega_c := (\omega_{01}\omega_{23} + \omega_{02}\omega_{31} + \omega_{03}\omega_{12})/T > 0, \quad (9)$$

幾何学的量である計量テンソル  $g^{\mu\nu}$  は、流体運動の相対論的渦度  $\omega^{\mu\nu}$  及びその Hodge-dual な量  $^*\omega^{\mu\nu}$  と絶対温度  $T$  並びに  $\Omega_c$  により、以下の様に物理的に再定義可能である。（資料 4）

$$g^{\mu\nu} = \frac{(^*\omega^{\mu\sigma}\omega^{\nu}_{\sigma})/T}{\Omega_c} = \frac{W^{\mu\alpha\beta\gamma}W^{\nu}_{\alpha\beta\gamma}}{W^2/4}. \quad (10)$$

ここに、 $W^{\alpha\beta\gamma\delta}$  及び  $W^2$  は時空の Weyl 曲率テンソルとそのスカラー曲率である。相対論に於いては、通常物質粒子の存在にはスカラー Ricci 曲率  $R$ （式 (4) 参照）が対応し、Weyl 曲率は物質の存在しない領域の時空曲率を表現している。2 頁の後半で言及した時空はスピン・ネットワークであるというペンローズの主張に従えば、時空はある種のエネルギーを伴う物理的実体であると言える。式 (10) は timelike 時空において、その実体の核となる量は  $\Omega_c$  であり、それが伴う時空の

曲率が  $W^2$  である事を示している。式 (10) において量  $(*\omega^{\mu\sigma}\omega^\nu{}_\sigma)$  の物理的次元はエネルギー密度であり、 $T$  は絶対温度で、 $g^{\mu\nu}$  は物理次元を持たない量なので、量  $\Omega_c$  の物理次元はエントロピー密度となり、時間と密接な関係にあるエントロピーが **timelike** 領域の“核”となる物理量として表れている事は意義深い事である。式 (10) が示すもう一つの重要な事実は、長さの最小値としてプランク長が存在する様に  $\Omega_c$  の最小値も存在するであろうという事である。その最小値に対応する質量を  $m_c$  として、それをニュートンの万有引力の式に導入して、それが引き合う力を素電荷間のクーロン力と比較してみると、前者は後者に比べ  $10^{-38}$  程小さい事がわかる。これは現在知られている重力と電磁力の力の大きさの違いと整合的である。

以上、時空はスピン・ネットワークであろうという予測を基に、DP 理論が関わる **spacelike** 及び **timelike** 時空構造の知見を利用し、その予測の正しさを示した。では、この二つの領域の境界として存在する **lightlike** 領域はどのような力学的構造になっているのだろうか？まず、実験結果を見る事にする。式 (1) が示す様に、DP 半径には最大値 ( $n = 1$  対応) が存在する。量子系においては小さなスケールは大きなエネルギーに対応するので、非常に大雑把に言うと、物質内に光励起で発生した多くの大きさが不揃いの DP 粒子は、環境としての周囲との複雑な相互作用を経て、(この物理過程は、別のグループが quantum-walk model で simulation 研究を行っている) “乱流のカスケード”の様に粒子サイズが増大する方向に粒子状態は遷移して行き、最大長に達した後、光となって消滅すると推測される。この最後の不連続過程が DP が関与する発光現象の主体であると解釈する。この発光現象により生じる特殊な光を、**DP 光** と呼ぶことにする。DP が注目された原点は、通常は発光しない間接型遷移半導体としてのシリコンが発光した事である。その後の幾つかの実験で、そのような DP が関与する発光は、通常の光と比べ大きなファラデー効果を示す事が確認された。この実験事実をシンプルに説明できるメカニズムとしては、DP は最近その応用研究が急速に進みつつある離散的軌道角運動量を有する光渦の構造をもっているという事である。光渦は波面がねじれた螺旋状の運動により移流される大変複雑な構造を持っており、近軸近似解のみが知られている。

現在は、この DP 光の構造についての研究を精力的に進めている段階にあるので、以下にその研究の概要に関しての現状報告を行い、それをもって本稿を締めくくる事にする。3 頁で紹介した Clebsch 変数を用いて表現した電磁場とそのベクトルポテンシャルをそれぞれ、 $S_{\mu\nu}$  及び  $U^\mu$  とする。但し、ここで重要な事は、式 (6) の 2 番目の式を **timelike KG** で置き換える操作を行うのである。すなわち、

$$\nabla^\nu \nabla_\nu \lambda - (\kappa_0)^2 \lambda = 0, \quad \nabla^\nu \nabla_\nu \phi + (\kappa_0)^2 \phi = 0, \quad C^\nu L_\nu = 0, \quad (11)$$

とするのである。そうすると、DP 光を記述する式は

$$S_{\mu\nu} U^\nu = (\nabla_\nu U^\nu) U_\mu \neq 0, \quad U^\nu U_\nu = 0, \quad \nabla_\nu U^\nu = -\lambda \phi (\kappa_0)^2. \quad (12)$$

となり、通常のシンプルな光の場が満たす式  $S_{\mu\nu} U^\nu = 0$  と明らかに異なる式となっている。式 (12) の特徴としては、まず、 $S_{\mu\nu} U^\nu \neq 0$  は、荷電粒子がローレンツ力を受けながら、磁場に巻き付く様な運動をしながら、電場方向に加速される式と同形である事である。しかし、 $U^\nu U_\nu = 0$  が示す様に、この場は光の様な **null vector** である。特に重要な事としては、この場は発散成分  $\nabla_\nu U^\nu$  が重要な役割を果たしているという事である。詳しい解析によると、この発散成分は正と負の二つの場合があり、正は左巻きの螺旋、負は右巻き螺旋に対応している。ちなみに、電磁場理論においてゲージ条件と呼ばれている  $\nabla_\nu U^\nu$  は、このモデルの場合、Nakanishi-Lautrup B field (資料 5) の条件を満たしている事が示される。以上の事から、式 (12) は光渦の様な複雑な構造をしている事が

示唆される。同様な構造を持つものは、ペンローズのスピンのネットワーク理論に関する twistor 場の骨格を与える Robinson congruence で、それは捻じれた曲線が「入れ子」構造になっている複雑なものである。

既に式 (3) で言及した様に、式 (11) の第一の式は、膨張するドジッター宇宙を表現する式である。これに対して式 (11) の 2 番目の式は、係数  $(\kappa_0)^2$  の符号が反転しているので、反ドジッター (Anti-de Sitter) 宇宙を表現するものである。従って、前頁で説明した DP 光とは、その様な反ドジッター宇宙に対応する様な“時空領域”で生じる複雑な状態変化から発生する特殊な「光」で、式 (1) で記述される DP が発生したメカニズムと同様に、ここでも量子場の相互作用に必要な spacelike な量が、 $\nabla^\nu \nabla_\nu \lambda - (\kappa_0)^2 \lambda = 0$  の形で関与している。現代物理学の先端的分野の一つに超ひも理論というものがあり、そこでは、4 次元の（光の場のような）共形場理論 (conformal field theory) と反ドジッター空間（宇宙）の重力場との間に、ある重要な対応が存在する事が知られており、それは、AdS-CFT 対応と呼ばれている。現在進行中の研究は、spacelike 領域の時空と timelike 領域の時空の境界として定義される lightlike 領域において、前者で定義される  $S_{\mu\nu}$  と後者で定義される  $\omega_{\mu\nu}$  を矛盾なく繋げるというものである。上で説明した DP 光はその様な研究の一部として行われたものである。将来的には式 (10) を用いて、DP 光と重力場  $g_{\mu\nu}$  との関係を調べる予定である。その様な研究は、AdS-CFT 対応の新たな側面を明らかにするかもしれないし、何より、電磁波と重力波とを統一する電磁・重力波理論の完成へと導くと想像される。

資料 1 : Aharonov, Y; Komar, A; Susskind, L. Superluminal behavior, causality, and instability. *Phys. Rev.* 1969, 182, 1400-1402.

資料 2 : Ohtsu, M; Ojima, I; Sakuma, H. Dressed Photon as an Off-Shell Quantum Field. *Progress in Optics*, Vol 64, Chapter two, 2019.

資料 3 : Sakuma, H; Ojima, I; Ohtsu, M; Ochiai, H. Off-Shell Quantum Fields to Connect Dressed Photons with Cosmology. *Symmetry* 2020, 12(8), 1244.

資料 4 : Sakuma, H.; Ojima, I.; Saigo, H.; Okamura, K. Conserved relativistic Ertel's current generating the vortical and thermodynamic aspects of space-time. *Int. J. Mod. Phys. A*, 37(22), 2250155, 2022.

資料 5 : Ojima, I. Nakanishi-Lautrup B-Field, Crossed Product & Duality, *RIMS Kokyuroku* 2006, 1524, 29-37.