

西郷・田口氏の著書「現実とは何か」を再読して、つい最近、私が勝手に想像した圏論における“自然変換”の重要性について

佐久間弘文

ドレスト光子研究起点

04/26/2021

このフォーラムに定期的に寄稿している皆さんには、敢えて書く必要もない事ですが、私は圏論については、「ド素人」です。私が圏論という言葉は初めて聞いたのは、今ではよく覚えていませんが、西郷さんがどなたかの会話の中で使っていたのを偶々耳にした事であった様に記憶しています。後で知った事ですが、西郷さんは「神の福音ならね、認識論における人類の無知迷妄の闇を一掃する“智慧の光”としての圏論の重要性を、闇に沈んでいる科学者に説法を行っている（知る人ぞ知る）日本における圏論の若き“伝道師”」と言われているそうです。初めて圏論という言葉は耳にした後、少しの興味で、身近にある本をざっと眺めてみましたが、そこにあるのは、「射」という「矢印」のオンパレードで、これがどう面白いのか（重要なのか）正式にはさっぱりわからないまま、今に至っています。数学の専門家でない者にとって、現代数学を理解しようとする時に現れる大きな障壁は、まず本の始めに、一般人にとって殆ど意味不明な、用語の定義が突如現れ、これが半端なく長く続く事で、大概の場合、ここで沈没します。沈没した後、また気持ちを立て直し、よくわかっている人に聞くのが一番と奮起して専門家に聞くと、例えばこの様な答えが返ってきます。「あなたの気持ちは、よくわかります。数学の本は後ろから読めという格言がある様に、本当に重要な事は最後の方に書いてあるので、そうしてみたらいかがでしょうか。」その助言を聞いて、そうか、そうなのかと喜び勇んで、家に帰り「後ろから読む事」に挑戦するのですが、やはり、そこに出てくる言葉（用語）の意味が分からず、2度目の沈没を体験します。中には、「後ろから読む事」に“成功”する才能豊かな人もいますが、そういう人の数は非常に少ないのではと想像しています。かく言う私も、圏論に対しては、この2度目の沈没を体験した一人です。

その様な私でしたが、昨年、西郷さんから「現実とは何か」という本を頂く機会がありました。私にとってこの本は、圏論の意義を理解する上でとても大きなインパクトを与えるものでした。その豊富な内容は、この数ページの寄稿文で紹介できるようなものではありませんので、何故私にとってそれが大きなインパクトであったのか、その核心部分について一言述べる事を今回のこの寄稿文の目的にします。私が、何故、自然科学の分野における研究を自分の仕事にしたいと

思う様になったのか、その気持ちを一番よく表しているものは、10代の後半か20代の前半だったと思いますが、ある本の中にあった以下の記事でした。その事を紹介する前提として、皆さんに一つお話ししておきたい事があります。その当時は(今の若い学生にとっては想像できないような)左翼的な学生運動が盛んで、私にとってそれはとても創造的な活動には思えない破壊的なもので、政治とはその様な破壊的なエネルギーが渦巻く非理性的でわけの分からない「現実」を扱うものというイメージが自分の中に強くあったという事です。私が読んだ記事というのは、著名な物理学者アインシュタインが、イスラエルの大統領にならないかとの申し出があった時に、彼は(正確な表現は忘れましたが)「政治は今という刹那を扱うものだが、equation (=自然の法則)は永遠に通じる」という様な事を言ってその申し出を断ったと書いてありました。当時の私は、「刹那的=意味のないもの」、「永遠=価値あるもの」という風に捉えていたので、どうせやるなら、価値のある永遠に関わる事を行いたいとそう感じていました。アインシュタインのこの言葉に感化されたという事ではなく、その言葉に私は共感を覚えたという事です。

上で述べた私の「感じ方」では、「刹那」と「永遠」という対比的な概念に無意識的に価値観を持ち込んでいましたが、その様な価値観を横に置いて、現実をありのままに見れば、「現実」とは、一回生起の「今」に起こる非抽象的な出来事の時間的連なりとしての存在という側面と、(これは自明な事ではありませんが、もし、その様な存在の形態が全くでたらめ(ランダム)に現れるのではなく、その存在の背後に時間を超越した作用という様なものが存在しているとすれば)、その側面を加えたものが「現実」の実相という事になります。物理学の枠組みの中で言えば、(時間を越えた)「物理法則」とそれに従って現れる滝壺の乱流に見られる多様な「現象」という事になるのではと思います。この対比は、一部の物理学者にとっては、物理学を超えた形而上学的議論における“神”の存在にも繋がっているようです。すなわち、西洋の神話に登場する擬人的な神の存在は信じないが、法則の様に存在する“世界秩序”のような神なら信じる事ができるという事です。私自身、圏論のみならず、哲学も素人ですが、大分以前に小嶋先生とこのような話しをしている時に、西洋哲学の中には、単なる物質現象の現れとしての側面と、それだけではなく物理法則及びそれを越えた道徳的精神性に関する法則的なものを含む自然を示す語彙があり、それぞれ、所産的自然(natura naturata)、能産的自然(natura naturans)と呼ばれている事を教えて頂きました。私は、存在としての世界は、後者の能産的自然に近いものであると感じていた為に、前者を超えた法則的なものを求めていたのではと、そう思います。

1ページの後半部で、西郷・田口氏の著書を1年前に初めて読み、非常に心に残るものがあったと書きました。その為に、最近また、読み返してみました。第一

回目に読んだ時の衝撃は、上記のアインシュタインに関する逸話に関して私が抱いていた価値観が大きく揺さぶられた事でした。私は、「今起っている」一回生起の個々の出来事より、時を超えた法則の理解により価値を置いて、そこに向かう事に憧れをもったわけですが、西郷・田口氏は、「時を超えた永遠の法則」は、それ自身で孤独に完結した状態にあるのではなく、無数の「一回生起」の出来事が連鎖し、かつ相互作用するダイナミックな“活動”の中にそれが現れるのであり、少なくとも全知全能ならぬ人間にとっては、その様な“移ろい行く活動”無しには、「その永遠性」は認識できない存在となっているという主張を展開しています。すなわち、両者の関係は、私が無自覚に感じていたような、分断できる異質なものではなく、言わば「相互依存」的になっているという事です。

今回の再読により、更に感じた事は、その様な視点を可能にした見方こそ、圏論の中に出てくる「自然変換」という事ではないかと感じた事です。今回、その様に感じた理由は、本の中に出てくる「座標変換」という自分にとって馴染みのあるキーワードから、自分が以前に学んだ解析力学を具体的にイメージして本を読んだ事ではないかと思えます。本の中で、圏とは何かという定義があり、それは、「変化が織りなすシステムを、矢印を使って数学的に言い表したもの」となっています。具体的には、質点系の力学を思い浮かべて、その変化を矢印で表現したものを想像できます。次に関手とは何かという説明があり、それは、「圏から圏へ関係付け」であり、それぞれの圏におけるシステムの変化を表現する為に座標を持ち込んだとすれば、この関係付けは、座標変換と呼ばれるものです。

では、“真打”の自然変換とは何かというと、それは関手間の関係付けと説明されています。今考えている解析力学の例では、これは、座標変換の一般化、すなわち一般化座標や正準変換の事ではないかと思えます。言うまでもなく、後者の正準変換は、力学を“時間を超えた”幾何学的な最小作用の原理で表現する事を可能にして、それは、古典論と量子論を繋ぐ重要な役割を担うものとして知られています。また、時空に関する一般化座標の方も、ヒルベルト-アインシュタイン作用を通して、一般相対性理論を最小作用の原理として表現できる事を示しています。この様にして、時間を超えた自然法則は、その簡易な数学的表現とは対照的に、その法則に対しては、“環境”の役割を担う、初期条件や境界条件を指定する事により、無数の運動のパターンがそこから生まれてくる構造になっており、その一つ一つが一回生起の“出来事”になっています。私は、一見非常に異なって見えるこの法則と一回生起の出来事の同等な関係を「相互依存」と書きましたが、数学者は、この様なものも広義の双対性と表現するのではと思いません。この様にして、圏論の自然変換は、私の自然や社会を見る見方を大きく変えてしまったという事をお知らせしたくこの寄稿文を書いた次第です。

最後に二言つけ加えますと、私が、ここ2, 3年取り組んできました論文の中に

おける中核的な概念はクレブシュ双対場ですが、このベクトル場のクレブシュ表現も正準変換の理論から生まれて来たものです。クレブシュ双対場で定義される拡張された電磁場のエネルギー運動量テンソルが、一般相対論におけるアインシュタインの曲率テンソルと同型になる事も、上で触れた一般相対性理論も最小作用の原理に結び付いている事と無縁ではないと感じています。また、上記の「見える一回生起の出来事」とその背後にある直接的には「見えない法則」の関係は、小嶋先生の「見えるマクロ世界」と「見えないミクロ世界」との双対性（ミクロ・マクロ双対）とも同型の様に思えます。そして、この同型は、現時点では殆ど知られていない、「見えない精神的世界」と「見える物質世界」との関係にも拡張できるのではと思います。小嶋先生は、ミクロ・マクロ双対に関する著書の中で、ミクロ・マクロ双対理論の構築に必要な数学的知見が20世紀後半に物理学の主流の活動とは別にこっそり蓄えられ、その結果、無限自由度の量子系を扱う理論が可能になり、数学的に厳密に定義されうる量子—古典対応が完成したと述べています。こういう歴史の流れを見ると、圏論は、今後、見えない精神世界と見える物質宇宙との間に存在するある種の双対関係を明らかにする強力な数学的手法なのではと想像しています。

参考資料

<現実>とは何か 西郷甲矢人・田口茂 著 筑摩書房