

# クーロン力とニュートン重力の相似形に基づく仮想光子と仮想重力子の存在及びドレスト光子とダークマターの類似について

ドレスト光子研究起点、佐久間弘文

Oct. 16th, 2022

現代物理の大きなテーマの一つとして知られている（量子論的意味における）力の場の統一という事においては、重力は未だ統一されていない最後の力である。しかし、弱い力や強い力の影響範囲がマイクロ世界に閉じ込められているのに対して、電磁力と重力はマクロ世界に働く重要な力で、特に、クーロン力とニュートン重力を比べてみるとその二つが同型である事は良く知られている。それでは、古典物理の範囲内で、この同型はどの程度一般化できるであろうか？その様な事を以前から漠然と考えていたが、この度、その解答が思いがけない事から得られた。昨年の後半頃に、私が現役時代に関わっていた地球流体力学の重要な力学的知見を利用すると、現代物理のテーマの一つである時空構造が持つ二重性（スピンネットワークと熱力学特性）が如何なる形で相対論から導かれるかという事に気付き、それを先月論文発表した<sup>1</sup>（*Int. J. Mod. Phys. A*<sup>1</sup>）、この論文における中核的内容は、上記の下線で示した問題意識と深く関係しているのので、ここでは「この視点から」気付いた事を説明して行きたいと思う。（従って以下の内容は、論文には書かなかった事も含まれるので、その意味において、この記事は先月発表した論文の解説記事として書かれたものではないが、多くの部分はその解説になっている事は事実である）

まず始めに、議論の基礎を提供する具体的モデルとして、気体の状態方程式に従う理想流体が宇宙全体に存在していると仮定し、その運動方程式を一般相対性理論から導出する。（以下、数式表現を簡素化する為に、議論を特殊相対論として提示する） $u^\mu$ は無次元の4-velocityで、 $T$ 、 $w$ 、 $p$ 、 $\sigma$ 、 $n$ をそれぞれ理想流体の絶対温度、enthalpy、圧力、entropy、流体粒子数密度とすると、相対論的運動方程式はエネルギー・運動量テンソル  $T^{\mu\nu} := wu^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}$  の発散がゼロという式

$$\partial_\nu T^{\mu\nu} = \partial_\nu(wu^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}) = 0 \quad (1)$$

で与えられる。この表現では見通しが悪いので、式(1)を更に、熱力学の第一法則、

$$-dp/n = Td(\sigma/n) - d(w/n), \quad (2)$$

連続の式（質量保存）

$$\partial_\nu(nu^\nu) = 0, \quad (3)$$

及び

$$\omega_{\mu\nu} := \partial_\mu[(w/n)u_\nu] - \partial_\nu[(w/n)u_\mu], \quad (4)$$

で定義される（相対論的）渦度テンソルの表現を用いて書き直すと、上記の運動方程式は

$$\omega_{\mu\nu}u^\nu = T\partial_\mu(\sigma/n) \quad (5)$$

となる。この形は、電磁場  $F_{\mu\nu}$ （渦度と同じ交代テンソル  $F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$  で表現される）中を運動する荷電粒子が受ける Lorentz force  $L_\mu$  と同形である（ $F_{\mu\nu}j^\nu = L_\mu$ 、ここに  $j^\nu$  は電流ベクトル）。式(5)の左辺の  $\omega_{\mu\nu}$  を交代行列と見做すとその行列式の値は

$$\Omega := \omega_{01}\omega_{23} + \omega_{01}\omega_{23} + \omega_{01}\omega_{23} \quad (6)$$

<sup>1</sup>DOI:10.1142/S0217751X2250155X

に比例して、この量がゼロとならない限り、左辺の交代行列を反転させて、式 (5) を以下の形に変形できる。

$$\Omega_T \begin{pmatrix} u^0 \\ u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\partial_1[\omega_{23}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{31}(\sigma/n)] - \partial_3[\omega_{12}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{23}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{03}(\sigma/n)] + \partial_3[\omega_{02}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{31}(\sigma/n)] + \partial_1[\omega_{03}(\sigma/n)] - \partial_3[\omega_{01}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{12}(\sigma/n)] - \partial_1[\omega_{02}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{01}(\sigma/n)] \end{pmatrix}. \quad (7)$$

ここに、 $\Omega_T := \Omega/T$  となり、式 (7) から保存式

$$\partial_\nu(\Omega_T u^\nu) = 0. \quad (8)$$

を得る。式 (7, 8) において、形式的に、 $\Omega_T$  を電荷  $e$  と読み替え、 $\omega_{23}(\sigma/n)$  を  $F_{01}$ 、 $\omega_{31}(\sigma/n)$  を  $F_{02}$ 、 $\omega_{12}(\sigma/n)$  を  $F_{03}$ 、 $\omega_{01}(\sigma/n)$  を  $F_{23}$ 、 $\omega_{02}(\sigma/n)$  を  $F_{31}$ 、 $\omega_{03}(\sigma/n)$  を  $F_{12}$  と読み替えれば、式 (7) は“Maxwell 方程式”になり、式 (8) はその“Maxwell 方程式”から導かれる“電流の保存則”である。従って、相対論的流体力学の（非線形）運動方程式系は、式 (6) で定義される  $\Omega$  がゼロにならないという条件下において、上記の意味において（見かけ上線形な）電磁気学の基本方程式系 (5, 7, 8) と形式的に同型であるという事が導かれる。

9 月末に (online) 発表された論文では、上記の同型に関する内容に加え、更に論文の主要結果となる以下の式を導出した。

$$g^{\mu\nu} = \frac{W^{\mu\alpha\beta\gamma} W_{\alpha\beta\gamma}^\nu}{W^2/4} = \frac{{}^* \omega^{\mu\sigma} ({}^* \omega^{\kappa\lambda}) \omega_{\sigma\omega\kappa\lambda}^\nu}{({}^* \omega^{\kappa\lambda} \omega_{\lambda\kappa})^2/4} = \frac{({}^* \omega^{\mu\sigma}) {}^* \omega^{\kappa\lambda} \omega_{\sigma\omega\kappa\lambda}^\nu}{(4\Omega)^2/4}, \quad (W^2 := W^{\alpha\beta\gamma\delta} W_{\alpha\beta\gamma\delta}) \quad (9)$$

ここに、 $g^{\mu\nu}$  は計量テンソル、 $W^{\mu\alpha\beta\gamma}$  は Weyl 曲率テンソルと呼ばれる量である。ここで、一般相対論に馴染みのない読者の為に、上の数式で使われている記号について少し説明しておく。

☆☆

#### (I) 計量テンソル $g_{\mu\nu}$ について

これは、距離空間における微小距離  $ds$  を定義する為に導入されたテンソル量で、2次元のユークリッド空間に直交座標  $(x^1, x^2)$  を導入した場合、 $ds^2 := g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = (dx^1)^2 + (dx^2)^2$  となるので、この場合は、 $g_{11} = 1$ 、 $g_{12} = g_{21} = 0$ 、 $g_{22} = 1$  となるが、極座標  $(x^1 = r, x^2 = \theta)$  の場合は、 $ds^2 = (dr)^2 + r^2(d\theta)^2$  となるので、 $g_{11} = 1$ 、 $g_{12} = g_{21} = 0$ 、 $g_{22} = r^2$  となる。ここで、特に重要な事は、この例で明らかな様に、計量テンソルは用いる座標系に従って変わる数学的な量であり、決して物理的な量として導入されているものではないという事である。一般相対論は重力場を時空の曲がり（曲率）で説明する理論なので、そこでは、これまでにもしばしば、計量テンソル  $g_{\mu\nu}$  が重力場の基本量として採用されて来た。しかし、一般相対論は純粋な数学理論ではなく物理理論なので、中核となるべき変数は物理変数であるはず。式 (9) における一番左側の等式は、時空の曲率を表現する際に現れる Weyl 曲率（以下の (II) を参照）と呼ばれる特別な曲率が条件  $W^2 \neq 0$ （式 (6) で定義される  $\Omega$  がゼロにならないという条件に対応している）を満たす事で定義される“計量テンソル  $g_{\mu\nu}$ ”があり、それが物理理論としての一般相対論の中に現れる計量テンソルであるという事を主張するもので（この様に定義される重力は、Weyl テンソルが conformal（共形）テンソルと呼ばれているので conformal gravity と呼ばれる）、平坦な時空の中に様々な座標を導入する事により現れる計量テンソルは重力場と無縁であることを示しているものである。ちなみちに、筆者が Symmetry 誌で議論し、今年9月の論文でその輪郭をほぼ確立できた（物質・反物質からな

る) 双子構造を持つ宇宙論においては、双子宇宙は素粒子の対生成と対消滅のように距離の無い (4次元時空において conformal な) 「光の場」から生まれ、宇宙膨張後、二つの宇宙を分離している事象の水平線上で出会い「光の場」に帰るというサイクルを永遠に繰り返す構造となっている。そして、光の場の conformal symmetry (共形不変性) が破れる事で、長さの次元を持つ二つの物理定数 (宇宙で一番小さな長さとは一番大きな長さで、その長さの幾何平均がドレスト光子定数 $\sim 40$  nanometer) が出現し、その一つが spacelike なダークエネルギー場を、もう一つが timelike なダークマター場を作り出し、この後者に関わる定数が  $W^2$  の絶対値における最小値を与えるというのが筆者の宇宙論の概要という事になる。

## (II) 曲率テンソルについて

一般相対論の時空構造は、Riemann 幾何学で記述され、時空の曲率は Riemann 曲率テンソル  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  で表現される。このテンソルの著しい特性の一つは以下の性質である。

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = -R_{\beta\alpha\gamma\delta}, \quad R_{\alpha\beta\gamma\delta} = -R_{\alpha\beta\delta\gamma}, \quad R_{\alpha\beta\gamma\delta} = R_{\gamma\delta\alpha\beta}. \quad (10)$$

2階の渦度テンソル  $\omega_{\mu\nu}$  や電磁場テンソル  $F_{\mu\nu}$  は、交代性 ( $\omega_{\mu\nu} = -\omega_{\nu\mu}$ ) を有するテンソル場である。その様なテンソルの2次形式として定義される

$$\hat{\Omega}_{\alpha\beta\gamma\delta} := \omega_{\alpha\beta}\omega_{\gamma\delta} \quad (11)$$

は Riemann 曲率テンソルと同じ性質 (10) を満たす事は容易に見て取れる。(そうではあるが、Riemann 曲率テンソルが、一般的な2階の交代テンソルの2次形式で表現できるとは限らない。)  $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$  が持つ4つの添字のうち、一組を縮約して得られる2階の対称テンソルを Ricci テンソル  $R_{\alpha\beta}$  と呼ぶ。すなわち、

$$R_{\alpha\beta} := R^{\gamma}_{\alpha\beta\gamma}. \quad (12)$$

縮約 (12) によりゼロになる ( $R^{\gamma}_{\alpha\beta\gamma} = 0$ ) Riemann 曲率テンソルは Weyl テンソルと呼ばれる。また、Einstein テンソル  $G^{\mu\nu}$  と呼ばれる2階の対称テンソルが Ricci テンソル  $R^{\mu\nu}$  から以下のように定義される。

$$G^{\mu\nu} := R^{\mu\nu} - Rg^{\mu\nu}/2, \quad R := R^{\alpha}_{\alpha}. \quad (13)$$

Einstein テンソルの重要な性質はそのテンソル発散がゼロになるという性質である。すなわち、

$$\partial_{\nu}G^{\mu\nu} = 0. \quad (14)$$

これは、物質のエネルギー・運動量テンソル  $T^{\mu\nu}$  が保存する事を示す式

$$\partial_{\nu}T^{\mu\nu} = 0 \quad (15)$$

と同型である為に  $\kappa$  を比例定数として

$$G^{\mu\nu} = \kappa T^{\mu\nu}. \quad (16)$$

と仮定する関係を Einstein 方程式と呼ぶ。すなわち、広義の物質としてのエネルギーが存在する領域では式 (16) を満たす形で時空が歪むという事である。最後に、方程式 (9) における2番目の等式は、Weyl 曲率テンソルが関係式 (11) に似た性質を満たしている事を示すものである。

☆☆

式 (16) からすぐに導かれる結論は、 $T^{\mu\nu} = 0$  なら  $G^{\mu\nu} = 0$  で、Ricci テンソルがゼロなので、式 (12) より、その様な領域（相対論的意味の真空）の曲率は Weyl テンソルのみで表現されるという事になる。しかし、この事は、決して  $T^{\mu\nu} \neq 0$  の領域で Weyl テンソルがゼロになるという事を意味するものではなく、ただ単に Einstein 方程式 (16) は  $T^{\mu\nu} \neq 0$  の領域での Weyl テンソルの情報を与えていないという事である。9月に発表した論文における中核となる式 (9) は、Einstein 方程式が与えていない半分の情報（すなわち、Weyl テンソルに関する情報）を与える基本方程式として解釈される。

連続の式 (3) は、重力場の源となる質量をもった流体粒子の流れを、式 (8) は（流体力学モデルで）“電磁場”の源となる“電荷”に対応する量の流れを表すので、以上の結果は、（この流体力学モデルを通して）物質場と重力場の関係を、見かけ上、“電流場”と“電磁場”との関係という“電磁気学”へ翻訳（変換）できるという事を示している。この結論は、この記事の冒頭で述べた、非回転的成分としてのクーロン力とニュートン重力の同型を回転的成分にまで拡張できる事を示したという事になる。次に、以下の様な簡単な形をしている

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad F_g = G \frac{m^2}{r^2}, \quad (17)$$

クーロン力  $F_e$  とニュートン重力  $F_g$  に対して定量的な議論を行う。まず、式 (17) の中に現れる  $e$  は素電荷とし、電子の場合について、この二つの力を比較する事から議論を始める。

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad F_{em} := G \frac{(m_e)^2}{r^2} \quad (18)$$

から

$$\sqrt{\frac{F_{em}}{F_e}} \approx 5 \times 10^{-21} \quad (19)$$

を得る。

式 (17) の  $F_e$  は電磁相互作用の力を表しているもので、それは、仮想光子が関与しているものである。 $F_e$  と  $F_g$  の同形から、重力相互作用に対しても仮想光子に取って代わる“仮想重力子”を考えてみるのは、不自然な事ではないと思われる。その様な“仮想重力子”を導入するに当たっては、式 (19) で評価した重力と電磁力の大きさの比を参考にして、Clebsch 双対場表現での仮想光子のエネルギーパラメータである  $\kappa_0$  を、Compton 波長の公式

$$\kappa_0 = (l_{dp})^{-1} = \frac{(m_{dp})c}{h} \quad (20)$$

を使って  $F_g$  に代入した  $F_{dp}$  を導入して、

$$\sqrt{\frac{F_{dp}}{F_e}} \approx 3 \times 10^{-26} \quad (21)$$

なる量を考える。

次に、Symmetry 誌で発表した宇宙論の結果を使用すると、宇宙には特徴的なスケール  $l_{dm}$ （凡そ 280 億光年）が存在して、宇宙で一番小さい長さとしての Planck 長を  $l_p := \sqrt{Gh/c^3}$  で定義した時

$$l_p l_{dm} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{2\sqrt{\pi}} l_{dp}, \quad \epsilon = 1(\text{unit length})^2 \quad (22)$$

が成立する。従って  $l_{dm}$  と  $\alpha := e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \approx 1/137$  で定義される電磁場の結合定数（微細構造定数）を使って比：  $\sqrt{F_{dp}/F_e}$  を表現すれば

$$\sqrt{\frac{F_{dp}}{F_e}} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha}} \left( \frac{\sqrt{\epsilon}}{l_{dm}} \right) \approx 10 \left( \frac{\sqrt{\epsilon}}{l_{dm}} \right). \quad (23)$$

を得る。この式より、  $\sqrt{F_{dp}/F_e}$  は、およそ、「1：宇宙の大きさの10分の1」程度であることがわかる。DPに関する新理論においては、まず、通常の4元電磁ポテンシャル  $A^\mu$  を spacelike な領域へ拡張するために Clebsch parameterization により構築される spacelike な 4-vector  $U^\mu$  を電磁ポテンシャルとして導入する。その様な  $U^\mu$  が時空内の  $\delta$  関数型の perturbation に出会うと、そこから空間分布が湯川型ポテンシャルの DP が発生するというメカニズムを Symmetry 誌の論文で議論した。その際、DPの大きさには上限があり、それを決めているのが式 (20) の DP 定数  $l_{dp}$  である。すぐ上の式 (23) は、このような DP 理論をクーロン力とニュートン重力との同型に基づき、重力場に拡張した場合、“重力 DP 定数は”宇宙の大きさ  $l_{dm}$  の10分の1程度である事を示すものである。すなわち、重力場に関しての DP の大きさは、宇宙の大きさ  $l_{dm}$  の10分の1程度以下という事である。

更に、妄想を逞しく、以下の様な物質宇宙創成の簡単なシナリオを考えている。始原の光の場（その中には、通常の光と lightlike な Clebsch 双対の光も含まれている）の共形不変性が破れると、Clebsch 双対の光から spacelike Klein Gordon 方程式に対応する de Sitter 宇宙が出現して、これがダークエネルギー場となる。また、 ( $W^2 = 0$  から  $W \neq 0$  の状態が出現する事に対応して) ダークマターの場も出現し、更には Planck 長という非常に小さな点状の領域に始原の光の場が持つエネルギーが時空内の Ricci 場として出現する。この3番目のものがビックバンの“火の玉”エネルギーで、それ自体は空間的な等方性を有する Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 計量で記述される。(因みに、主流派の宇宙論であるインフレーション・シナリオでは未だ初期宇宙の空間的等方性は説明できていない。) 上記の2番目の要素として触れたダークマターについては（これがダークマターの有力候補である事は、*Int. J. Mod. Phys. A* で示した）この場は Weyl 場である為に等方的な FRW 構造に“皺”を作ることになる。この“皺”の重要性は、Weyl 場が conformal 重力の場を担うものなので、それは万有引力として物質を引き付ける事により一方的に“皺”の振幅を増大させる。*Int. J. Mod. Phys. A* では、Weyl 場が重力エントロピーを担っている事を導いたが、この一方的な“皺”の増大が、時間の様に振る舞うエントロピーの性質に対応している。また、宇宙論の観測事実や simulation 研究は、ダークマターが存在しないと、通常物質から成る銀河や銀河団が形成されないという事を強く示唆しているとの事である。私自身、DP 発生メカニズムをこの宇宙における物質創成にも適用できるのではと思っている。具体的に言うと、Ricci 場として存在する強烈な光の場は、比喩的には DP 発生実験における入射光に対応し、顕著な“皺”の領域で (DP 発生シナリオでは場の不連続性) spacelike な場が関与する場の相互作用により DP の様に空間的に局在する物質が生まれ、また Weyl 場の非線形相互作用においても、このような“皺”の周辺で timelike な局在化するダークマターが発生する。以前脳内における神経系の構造が宇宙における銀河団の分布として現れる大規模構造に大変似ているという論文を紹介したが、この大規模構造は、上記の“皺”周りに発生する物質やダークマターの分布である可能性が高い。