“物理的な”時空という事について

ドレスト光子研究起点、佐久間弘文

Oct. 30th, 2024

昨年の事だと記憶しているが、大津先生より、「ドレスト光子（以下 DP）」及び「Off-shell Science」についての最近の成果を本として出版したいので協力して欲しいとのお話があった為に、それでは、特にここ２，３年の研究成果を生み出した “核心的部分の説明” を物理や工学系の大学院生や一般の研究者向けに解説しようと思い、どの様な事を書けば良いかあれこれと考えていた時に思い付いた事が、「この様なタイトル」であり、今回は、その事をここで共有しようと思った次第である。折しも今月の内部勉強会では、西郷さんが「オフシェル科学と因果性」というタイトルで講演され、そこでのキー・コンセプトは「圏としての時空」という事で、西郷さんが取り組んでいるテーマは、今回私が以下で話す素朴な物理的内容を、現代数学の手法をもって大きく発展させるという試みであると、私はそう理解している。

DP の解説書の始めに書いてある説明の多くには「DP は光の場とミクロな物質場の非線形相互作用により生じる特殊な（未解明の）場云々 ··· 」というものがある。少し後でまた触れる事になるが、相対論によれば、「光」と「時空」とは密接な関係にあるので、“「光の場」≈「物理的時空」” と読み替えれば、「DP は物理的時空とミクロな物質場の非線形相互作用により生じる未解明の場云々 ··· 」という正に現代物理学の（重力場に関しての）最先端の問題とも深く関係している事に気付く。

17 世紀に登場したデカルトやニュートン、ライプニッツの業績の上に構築された数理物理学において、座標という概念は（専門分野において多少の例外的事例はあるかもしれないが）それ無しには殆ど何も議論を展開出来ない程重要なものであると思われる。座標とは、物体の配置や時間的推移を記述する為に導入される数学的な概念で、特に、相対論以前の物理学においては、その数学的役割がはっきりしていたと思われる。「数学的役割」というやや形式ばった表現を使ってしまったが、平たく言えば、注目する物理系を記述する座標系は複数あり、その上手な選択は物理系の性質を反映するものの、異なるものを使ったとしても（計算効率を別にすれば）全く “物理的には問題” は無いと言う意味で、物理から独立していると言うことである。

座標の素朴なイメージは、碁盤の目のような京都の番地付であり、哲学者カントは人間の認識行為を可能とさせる “前提の様な存在” としての 3 次元ユークリッド空間（京都の番地の 3 次元版）を彼の哲学の基礎の一つとしていると聞いている。その様な 3 次元空間に、全宇宙に共通する「絶対時間」を付け加えたものが、古典的ニュートン物理学を記述する “舞台設置”であり、ニュートン宇宙に存在する無数の粒子群としての星々は、「その不変の舞台」で活躍する “役者”のような存在と言える。量子論と並んで 20 世紀物理に革命をもたらした相対論は、光速度の不変性を切り口として、“役者”の行動が、“舞台設置”に影響を与えるという思いもかけない事を明らかにした理論であった。そして、この理論により、物理的意味を有する “時空” 概念が初めて生まれたという事になる。

アインシュタインが、一般相対論にたどり着い経緯は様々な本で紹介されているが、最初にたどり着いた理論の最終形は以下に示されるものである。

$$(G^{\mu\nu} :=)\ R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}. \tag{1}$$

ここで、相対論に関しては馴染みの無い方もおられるので、式（1）に使用された記号の意味について少し説明しておく。リーマン幾何学という非ユークリッド幾何を取り扱う際には、曲がった時空を取り扱うために必要な、（時空の）曲率テンソル $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ という 4 階のテンソルを導入する必要がある。（ここでテンソルの記述手法について少し説明をしておくと、テンソルとはベクトル量 A^{μ} を数学的に拡張した量で、一般に複数の「添え字」μ を持つ。ベクトルには座標変換に対して異なる性質を持つ反変ベクトルと共変ベクトルがあり、それぞれ A^{μ}、A_{μ} と表現されるので、例えば４階のテンソル K は表現 $K^{\alpha\beta\gamma\delta}$、$K_{\alpha\beta\gamma\delta}$、$K_{\alpha\beta}{}^{\gamma\delta}$、$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{\delta}$ 等を持つ。反変指標と共変指標を同じ記号で表したものは縮約と呼ばれ、$K_{\alpha\beta\gamma}{}^{\gamma} := \sum_{\gamma=0}^{\gamma=3} K_{\alpha\beta\gamma}{}^{\gamma}$ を意味する。すなわち、この縮約でテンソル K は４階のテンソルから２階のテンソルへと変換される。）曲率テンソル $R^{\alpha}{}_{\beta}{}^{\gamma\delta}$ の指標を以下の様に縮約して（以下、0 は時間座標、(1,2,3) は 3 次元の空間座標）

$$R^{\mu\nu} := R^{\mu}{}_{\sigma}{}^{\nu\sigma} \; (= R^{\mu}{}_{0}{}^{\nu 0} + R^{\mu}{}_{1}{}^{\nu 1} + R^{\mu}{}_{2}{}^{\nu 2} + R^{\mu}{}_{3}{}^{\nu 3}), \tag{2}$$

作られる 2 階のテンソル $R^{\mu\nu}$ は、リッチテンソルと呼ばれ、それを基に作られる以下の 2 階のテンソル $G^{\mu\nu}$ は、

$$G^{\mu\nu} := R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu}, \tag{3}$$

アインシュタインテンソルと呼ばれる。ここに、$R := R^{\sigma}{}_{\sigma}$ はスカラー曲率、$g^{\mu\nu}$ はリーマン多様体上における無限小の時空距離 ds を定義する際に必要な計量テンソル ($ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}$) である。$G^{\mu\nu}$ の著しい性質は、そのテンソル発散がゼロになるという事である。

$$\nabla_{\nu} G^{\mu\nu} = 0. \tag{4}$$

（上式における記号 ∇_{ν} はリーマン多様体上における座標 ν に関しての共変微分を意味するものである。）アインシュタイン方程式 (1) の右辺に現れる量、G、c、$T^{\mu\nu}$ は、それぞれ重力定数、光速度、与えられた物理系のエネルギー・運動量テンソルであり、系のエネルギーや運動量の保存は、数式 $\nabla_{\nu} T^{\mu\nu} = 0$ で与えられる。従って式 (1) の意味は、$T^{\mu\nu}$ が与えられた場合、その保存量も織り込んだ形で時空がどう対応するのかを示した式であるという事になる。

アインシュタインがこの式を導出した後、暫くして、式 (1) を満たす定常宇宙は不安定な解である事が示された為に、アインシュタインは “応急措置” として、今日宇宙項と呼ばれている $\Lambda g^{\mu\nu}$ を式 (1) に付け加えた。計量テンソル $g^{\mu\nu}$ は、性質 $\nabla_{\nu} g^{\mu\nu} = 0$ を満たすので、Λ は定数でなければならない。（これが、本当に不安定解を解消する上で有効かどうかの詳細は、私は理解していない)。従って式 (1) は

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} + \Lambda g^{\mu\nu} = -\frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}, \tag{5}$$

となったが、その後、宇宙膨張が観測され、宇宙は定常状態として存在していない事がわかった時、アインシュタインは、この宇宙項の導入を人生最大の失敗と呼んだとの事である。

しかし、21 世紀に入り、まもなくすると、宇宙は減速膨張ではなく加速膨張をしているという誰も想像していなかった観測結果が得られた。万有引力という言葉が示す様に、すべての物質は引き合うために、加速膨張を担う実体は現代物理学の枠組みを超えていて、理解不可能である為に、これはダークエネルギーと呼ばれている。この事とは別に、天文学においては銀河の回転運動が、観測される星々から推定される質量分布から生じる引力と釣り合っていないという事実があり、その帳尻合わせの為に導入される未知の物質は、ダークマターと呼ばれていて、この二つ

の「ダークな存在」は素粒子物理学が 20 世紀に打ち立てた標準理論の枠外にある大きな謎として存在している。

DP 研究から思いがけずに発展した私の「Off-shell Science」研究の大きな成果は、時空が有する“これまで誰も指摘しなかった物理的性質”を明らかにした事ではないかと理解している。そして、その性質からダークエネルギーだけでなくダークマターの存在も導く事ができる。以下に、その説明を簡潔に行う事とする。まず、よく知られている電磁場から話を始めよう。電磁場の強さは交代テンソル $F^{\mu\nu}(= -F^{\nu\mu})$ で表現され、その場が伴うエネルギー・運動量テンソル $T^{\mu\nu}$ は、

$$T^{\mu\nu} = -F^{\mu}{}_{\sigma}F^{\nu\sigma} + \frac{1}{4}g^{\mu\nu}F_{\sigma\tau}F^{\sigma\tau}, \tag{6}$$

となる。因みに、(F^{01}, F^{02}, F^{03}) が電場ベクトル、(F^{23}, F^{31}, F^{12}) は磁場ベクトルに対応している。電磁系を記述する基本式はマックスウェルの方程式

$$j^{\mu} = \nabla_{\nu}F^{\mu\nu}, \tag{7}$$

で与えられ、ここに j^{μ} は電流（密度）ベクトルである。この二つの表式（6, 7）は、これまでの物理学が対象として来た timelike (光速以下の物質を記述する時空) 及び lightlike （光を記述する時空）な時空において有効なものである。電磁気学を専門として来なかった私が DP 研究を始めた際に、一番奇妙に感じた事は、物理学における一流研究誌には電磁波の縦波成分の存在がはっきりと発表されているにもかかわらず、これがあまり注目されていなかった事である。おそらく、QED（量子電磁気学）において量子化できない事が大きな原因であると思われるが、私自身、小嶋先生の数理研講究録 (2006) 以外、縦波の重要性に触れた報告は目にした事がない。その様な注目されていない縦波を“springboad”として、流体の Hamiltonian 構造の属性として知られる Clebsch parameterization (CP) を電磁場に適用すると上記の電磁場 $F^{\mu\nu}$ を自然な形で（超光速の波動的）spacelike 領域へ拡張できる。これは、たとえ話として言うなら、複素関数論における解析接続の様なものである。以下、その様な拡張電磁場を $S^{\mu\nu}(= -S^{\nu\mu})$ とする。この拡張を正当化する理論は量子場理論における Greenberg-Robinson 定理（量子場の非線形相互作用には spacelike 運動量の関与が必須）と小嶋のミクロ・マクロ双対理論である。（詳細は省略するが、CP によって定義される古典的場としての $S^{\mu\nu}$ に対しては、その量子的表現がマヨナラ・フェルミオン場によって与えられる。）

2 頁の式 (2) において、4 階のリーマン曲率テンソルとその縮約から得られる 2 階のリッチテンソルの説明を行ったが、$S^{\mu\nu}$ から作られる 4 階のテンソル $\hat{S}^{\alpha\beta\gamma\delta} := S^{\alpha\beta}S^{\gamma\delta}$ は、以下に示す $R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ が満たすすべての性質を満たす事が容易に示される。

$$R^{\beta\alpha\gamma\delta} = -R^{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad R^{\alpha\beta\delta\gamma} = -R^{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad R^{\gamma\delta\alpha\beta} = R^{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad R^{\alpha\beta\gamma\delta} + R^{\alpha\gamma\delta\beta} + R^{\alpha\delta\beta\gamma} = 0. \tag{8}$$

そして、拡張された電磁場 $S^{\mu\nu}$ に対するエネルギー・運動量テンソル $\hat{T}^{\mu\nu}$ は

$$\hat{T}^{\mu\nu} = \hat{S}^{\mu}{}_{\sigma}{}^{\nu\sigma} - \frac{1}{2}\hat{S}^{\alpha\beta}{}_{\alpha\beta}\, g^{\mu\nu}, \tag{9}$$

となり、これは式 (3) と同型である。（$\hat{S}^{\mu}{}_{\sigma}{}^{\nu\sigma}$ は $R^{\mu\nu}$ に対応し、スカラー量の $\hat{S}^{\alpha\beta}{}_{\alpha\beta}$ が R に対応している）すなわち、この結果は、拡張電磁場 $S^{\mu\nu}$ という物理場それ自身が“spacelike 時空”である事を示すものとなっていて、これがダークエネルギーの自然なモデルであるというのが私の理論モデルの帰結となっている。

式（5）において、宇宙項 $\Lambda g^{\mu\nu}$ の導入の歴史を簡単に触れ、現在においてはこの宇宙項がダークエネルギーの主流モデルとなっているが、上で見た様に私のモデルでは宇宙項はダークエネル

ギーを表すものではない。それでは、この宇宙項とは何なのかという事が問題となる。この問題に答える為には、計量テンソル $g^{\mu\nu}$ の意味を考える必要がある。ここまでの説明では触れなかった事として、曲率テンソル $R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ やリッチテンソル $R^{\mu\nu}$ は $g^{\mu\nu}$ の一階及び二階微分として表現できる量であるという事である。高校で習う簡単なニュートン力学の例えを用いるなら、以下の様になる。まず、アインシュタイン方程式 (1) は、物質粒子の x 軸方向の加速度 d^2x/dt^2 が、その粒子に作用する x 軸方向の力 f_x に比例するという式

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = f_x, \tag{10}$$

に対応していると言うことである。この運動方程式を解くには、粒子の初期位置と初期速度が必要になる。何故二つの初期条件が必要なのかと言えば、式 (10) が時間座標に関しての二階の微分方程式だからである。一般相対論における $g^{\mu\nu}$ の役割は、この例が示す様に、位置 x が示す座標値のようなものであり、それ自身は物理量ではなく数学的な量である。（この事は、式（3）の 2 行下で示した式 $ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ の表現からも明らかである。）すなわち、$g^{\mu\nu}$ 自体に物理的意味を見出す事は不可能である為に、定数である Λ に対して量 $\Lambda g^{\mu\nu}$ を導入し、それを物理量としてアインシュタイン方程式に入れる事は、少なからぬ研究者から “アインシュタインの軟体動物” と揶揄されて来た経緯がある。

それでは、$\Lambda g^{\mu\nu}$ という表現は全く意味のないものかといえば、「そうでもない」という結論が、私の新しい “物理的” 時空理論の中核となるものである。この「そうでもない」という事を具体的に説明すると、以下に示す条件を満たせば「そうでもない」という事である。1 頁の最後の段落から 2 頁の前半に於ける部分で、曲率テンソル $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ と 2 階のリッチテンソル $R^{\mu\nu}$ を説明した。アインシュタイン方程式（1）によれば、$T^{\mu\nu} = 0$ の（相対論における）真空領域では $R^{\mu\nu} = 0$ となる。では、その様な場合、$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$ となるのであろうか？答えは「否」である。その様な場合でもゼロではない時空の曲率が存在して、それは Weyl (conformal) 曲率と呼ばれている。この曲率テンソルについて、私はかなり以前に、相対論に関してのある文献の中に Bel-Robinson テンソル $B^{\alpha\beta\gamma\delta}$ というものがあるのを知った。このテンソルは、以下の式を満たしているのである。

$$\frac{1}{2}B^{\mu\nu}{}_{\sigma}{}^{\sigma} = W^{\mu}{}_{\alpha\beta\gamma}W^{\nu\alpha\beta\gamma} - \frac{1}{4}W^2 g^{\mu\nu}, \quad W^2 := W_{\alpha\beta\gamma\delta}W^{\alpha\beta\gamma\delta}. \tag{11}$$

その文献によれば、$B^{\mu\nu}{}_{\sigma}{}^{\sigma}$ の発散 : $\nabla_\nu B^{\mu\nu}{}_{\sigma}{}^{\sigma} = 0$ は恒等的にゼロとなると書いてあった。私は、この事に興味を持ち、（何故なら、この式はそのテンソル発散がゼロになる事も含め、電磁場のエネルギー・運動量テンソル（6）に似ていると思ったので）式（11）の右辺の成分をすべて具体的に書き下してみた。すると、実は、すべての成分がゼロになっていた。と言う事は、もし全域で $W^2 \neq 0$ であれば、

$$g^{\mu\nu} = \frac{4\left(W^{\mu\alpha\beta\gamma}W^{\nu}{}_{\alpha\beta\gamma}\right)}{W^2}, \tag{12}$$

という事になり、この場合に限り、$g^{\mu\nu}$ は物理的な “応力テンソル” として意味を持つことになる。

では、この式（12）を “物理的時空” の理解にどう繋げるのかという事が主要テーマになるが、以下その説明を行う。既に述べた spacelike 時空の場合は、既知のマクスウェル電磁理論を spacelike 領域へ拡張したが、ここでの問題は、timelike 領域内の話なので、議論の本質は拡張ではなく、マクスウェルの電磁場理論と（非電磁的）相対論の間に存在するある種の “双対性” を見出す事であると思われる。もう少し具体的に言うなら、1 頁の前半で触れた、「光」と「時空」との密接な関係を “拡大解釈して” 非電磁的な相対論の数学的構造の中に電磁的構造が潜んでいるとすれば、その

構造こそが、非電磁的な相対論に随伴する timelike な時空構造を表現しているのではないか？という見通しである。この見通しを確かめる為に私が注目したのが、気象学者 Ertel が 20 世紀の前半に発見した potential vorticity（渦位）という概念である。一般的には、相対論的表現の方がニュートン力学の表現より数学的には簡素になる場合が多いが、人間の五感は相対論に慣れていないので、まずは渦位とはどんなものか、理想流体（気体）に関しての非相対論的流体力学を用いて説明する。3 次元の理想流体は、その速度場（v^1, v^2, v^3）と二つの熱力学変数（ここでは、密度 ρ とエントロピー密度 σ を採用）で記述される。流体の様な連続体の場に対しては、その回転運動を表現する渦度ベクトル $\vec{\zeta}$ が定義可能で、それは速度場から以下の様に導かれる。何故、渦度ベクトルに着目するのかと言えば、渦度は相対論において、電磁場と同じ交代テンソル（$F^{\mu\nu} = -F^{\nu\mu}$）の場であるからというのがその理由である。

$$\zeta^1 = \frac{\partial v^3}{\partial x^2} - \frac{\partial v^2}{\partial x^3}, \quad \zeta^2 = \frac{\partial v^1}{\partial x^3} - \frac{\partial v^3}{\partial x^1}, \quad \zeta^3 = \frac{\partial v^2}{\partial x^1} - \frac{\partial v^1}{\partial x^2}. \tag{13}$$

この渦度ベクトル $\vec{\zeta}$ とエントロピー密度の傾度ベクトル $\vec{\nabla}\sigma$ との内積を密度 ρ で割ったものが渦位であり、それは摩擦のない理想流体では物質の保存を表現する式：$\partial\rho/\partial t + \partial_\nu(\rho v^\nu) = 0$ と全く同じ式に従って時間変化する保存量である。

$$Q := \frac{1}{\rho}(\vec{\zeta} \cdot \vec{\nabla}\sigma), \quad \partial Q/\partial t + \partial_\nu(Q v^\nu) = 0. \tag{14}$$

数理物理学においては、この保存量はカシミール保存量と呼ばれるものと密接な関係がり、物理系の全エネルギーとこのカシミール不変量を加えたものが系の一般化されたハミルトニアンとなる事が 20 世紀後半に示された。Q の重要性は、数学的構造に留まるものではなく、地球流体力学においてもそれは最も重要な力学変数で、20 世紀に解明された中緯度における低気圧の発達メカニズムに深く関わっていると同時に、それはまた、赤道域から極域に向かうグローバルな熱輸送を推進する重要な物理過程にも関与している事が解明されている。

ここで、理想流体の相対論的運動方程式に目を移そう。それは、以下に示す式で

$$\omega_{\mu\nu} u^\nu = T \partial_\mu(\sigma/n), \quad \omega_{\mu\nu} := \partial_\mu[(w/n)u_\nu] - \partial_\nu[(w/n)u_\mu], \tag{15}$$

$\omega_{\mu\nu}, u^\nu, T, \sigma, n$ は、それぞれ、相対論的渦度、4 元速度、絶対温度、エントロピー密度、（流体）粒子数密度である。式（13）で紹介した 3 次元渦度ベクトル $\vec{\zeta}$ は、相対論では以下の交代テンソルとなる。

$$\omega_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{01} & \omega_{02} & \omega_{03} \\ -\omega_{01} & 0 & \omega_{12} & -\omega_{31} \\ -\omega_{02} & -\omega_{12} & 0 & \omega_{23} \\ -\omega_{03} & \omega_{31} & -\omega_{23} & 0 \end{pmatrix}. \tag{16}$$

$\omega_{\mu\nu}$ から、以下のように定義される pseudo scalar Ω と $\omega_{\mu\nu}$ の Hodge dual $\hat{\omega}^{\mu\nu}$ は特に重要な量である。

$$\Omega := \omega_{01}\omega_{23} + \omega_{02}\omega_{31} + \omega_{03}\omega_{12}, \tag{17}$$

$$\hat{\omega}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_{23} & -\omega_{31} & -\omega_{12} \\ \omega_{23} & 0 & -\omega_{03} & \omega_{02} \\ \omega_{31} & \omega_{03} & 0 & -\omega_{01} \\ \omega_{12} & -\omega_{02} & \omega_{01} & 0 \end{pmatrix}. \tag{18}$$

式（16, 17, 18）から

$$\hat{\omega}^{\mu\kappa}\omega_{\kappa\nu} = \Omega g^{\mu}{}_{\nu}, \tag{19}$$

を得る。相対論的渦位の式は、以上の量から導かれ、その数学的表現は電磁場のマックスウェルの式と以下の様に同型になる。

$$\Omega_T \begin{pmatrix} u^0 \\ u^1 \\ u^2 \\ u^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\partial_1[\omega_{23}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{31}(\sigma/n)] - \partial_3[\omega_{12}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{23}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{03}(\sigma/n)] + \partial_3[\omega_{02}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{31}(\sigma/n)] + \partial_1[\omega_{03}(\sigma/n)] - \partial_3[\omega_{01}(\sigma/n)] \\ \partial_0[\omega_{12}(\sigma/n)] - \partial_1[\omega_{02}(\sigma/n)] - \partial_2[\omega_{01}(\sigma/n)] \end{pmatrix}. \quad \Omega_T := \Omega/T \tag{20}$$

式（20）の左辺に現れるベクトルの物理的次元はエントロピー流となる。上式より、電荷保存と同様に、以下の相対論的渦位保存（エントロピーの保存）の式が導かれる。

$$\partial_\nu(\Omega_T u^\nu) = 0. \tag{21}$$

また、式（19）から $\hat{\gamma}^{\mu}{}_{\nu} := \hat{\omega}^{\mu\sigma}\omega_{\sigma\nu}$ を定義すると、それは以下の式で与えられるディラックの γ 行列となる。

$$\frac{1}{\Omega}(\hat{\gamma}^{\mu\nu} + \hat{\gamma}^{\nu\mu}) = 2g^{\mu\nu}. \tag{22}$$

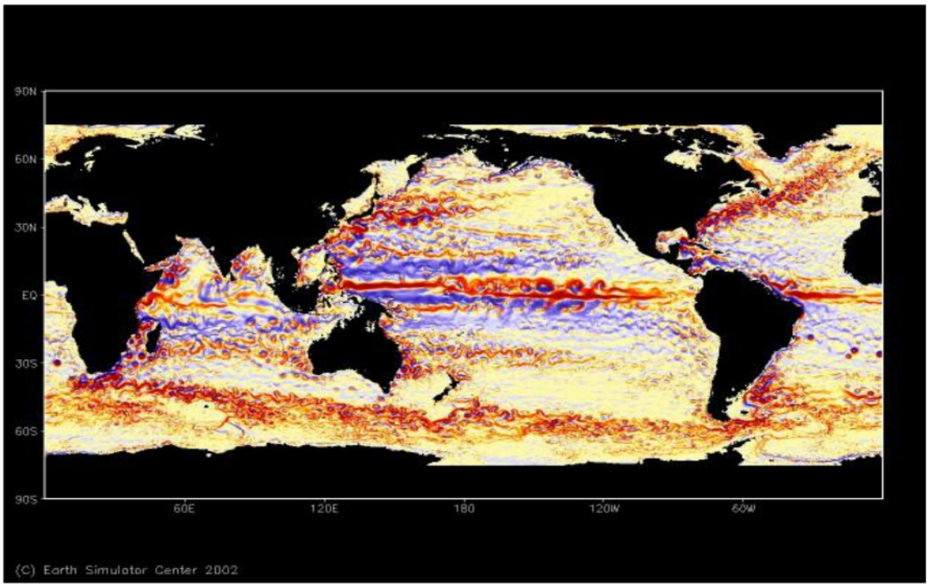
この表現から、最終的に求めたかった物質的（timelike）粒子の様に振る舞う $\Omega_T u^\mu$ とそれが随伴する（従って timelike な Weyl テンソルで定義される）“双対時空” $g^{\mu\nu}$ が以下の様に定義される。

$$g^{\mu\nu} = \frac{W^{\mu\alpha\beta\gamma}W^{\nu}{}_{\alpha\beta\gamma}}{W^2/4} = \frac{\hat{\omega}^{\mu\sigma}\hat{\omega}^{\kappa\lambda}\omega^{\nu}{}_{\sigma}\omega_{\kappa\lambda}}{(\hat{\omega}^{\kappa\lambda}\omega_{\lambda\kappa})^2/4} = \frac{\hat{\omega}^{\mu\sigma}\hat{\omega}^{\kappa\lambda}\omega^{\nu}{}_{\sigma}\omega_{\kappa\lambda}}{(4\Omega)^2/4}. \tag{23}$$

私の新しい理論では、この $g^{\mu\nu}$ が式（5）の中に現れる計量テンソルであると解釈する。小嶋のミクロ・マクロ双対理論によれば、無限自由度の量子場には、（有限自由度の量子力学系と異なり）複数のセクターが存在し、大きくは量子的セクターと古典的セクターとに分類される。古典的セクターが持つ際立った特徴はセクターが「非自明な中心」を持つという事である。この事に対応する具体例を流体力学を例にとって説明すると、それは粒子として振る舞う流体の微小部分に “ラベル付け” を行って流体の運動を記述するラグランジュ的表現に対応していると思われる。この “ラベル付け” は任意のラベルでかまわないが、物理的に意味あるラベルは（熱力学的エントロピーとは異なるが）エントロピーの物理的次元を持つ Ω_T である。数理物理学者ペンロースは Weyl 曲率と重力エントロピーとの深い関係を指摘しているが、彼の指摘は、式（23）と整合的である。5 頁の赤字で示した部分の説明との関連で一言のべると、カシミール不変量を含む一般化されたハミルトニアンがこの任意の “ラベル付け” に依存しない事は、particle re-labeling symmetry と呼ばれている。ここで私が強調したい事は、エントロピー Ω_T が timelike な古典的セクターにおける「非自明な中心」の物理的実体であり、ベクトル $\Omega_T u^\mu$ は西郷さんの「因果圏」における物理的実体を伴う「射」であるという事で、その様な「実体」から timelike な物理的時空は式（23）を重力場として創発するという事である。

最後に、$\Omega_T u^\mu$ が生み出す活発な渦運動の具体的なイメージを得る為に、（非相対論的ではあるが）私がかつて属した研究グループが行った世界初の全球渦解像シミュレーションの結果を紹介する。この図は、海面下約 100m に於ける海流（東向きが赤、西向きが青）を示したものである。図を見ての通り、海は無数の渦の複雑な運動状態にあり、正に混沌としている。海には黒潮、メキシコ湾流、南極周極流等の「海流」（これは、大気のジェットストリームに対応する強い流れの場

Ubiquitous eddies in the oceans caused by baroclinic instability in the mid - and high latitude regions



である）が存在するが、その海流は単純な流れではなく、上図に示されている様な傾圧渦（baroclinic eddies; この渦は Ω_T の関与で生成されている）の集まりから成っており、この渦は暖かい赤道域から冷たい極域へ熱を輸送するという地球全体の熱輸送を担っている。地球上の大気や海洋の運動を一言で表現すれば、それは、太陽からのエネルギーで駆動される「熱機関」であるという事である。

宇宙の場合、物理学で知られている通常の物質が占める割合は、7% 程度で、残りは得体の知れない ダークマターと ダークエネルギーでその比率は約 1:3 である。私の理論では、4 次元時空連続体としての物質宇宙を駆動する高熱源が（重力が有する圧縮性の）ダークマターであり、低熱源が（反重力が有する膨張性の）ダークエネルギーである。地球上の大気・海洋の様相と宇宙の様相とを比較する上で興味深い視点は、フラクタルまたは自己相似と呼ばれる "無限"の入れ子構造の事で、その様なものは、数学の専門用語では Mandelbrot set と呼ばれる。仏教に造詣が深い一部の思想家は、華厳経の曼荼羅に示されている仏陀が成道した時の悟りの内容を表現した「全世界は毘盧遮那仏（びるしゃなぶつ）の顕現」という図柄が、この Mandelbrot set に似ているとの指摘をしている。私が指摘する大気・海洋の力学と大宇宙全体の力学の相似も、この自己相似の範疇に入るものではないかと個人的にはそう思っている。この自己相似という事は、スケールの異なるもの同士が似ているという事で、私が是非指摘したい重要例は「光の場」である。「光」は、古今東西を問わず宗教的に最重要な概念であるばかりでなく、物理的にも大変重要である事は、アインシュタイン の相対論という物理学上の大変革も「光速度不変の原理」から導かれた事で明らかである。

自由空間を伝搬する光の場は、数学的にはマクスウェルの方程式で記述されるが、その方程式は（４次元時空において）スケール不変という著しい性質を持つ。数理物理学の世界では、このスケール不変という事は conformal symmetry （共形不変）と表現される事もある。数年前から私が開始した研究は、大津先生が開拓した、ナノ光学における DP（光と物質の相互作用から生まれる数十ナノメートルのスケールを持つ変形された光の場）と呼ばれる不思議な存在の解明に関するものであった。１ナノメートルとは 10^{-9} メートルであるため、非常に小さなスケールを持つ場であ

る。DP の様な小さなスケールを持つものを対象にした研究から、何故とてつもなく大きなスケールを持つ宇宙論の研究が出てくるのかと言えば、**それは光の場が共形不変性を持つからである。**

（「空」と「海」の話）と（私の宇宙論の話）を自己相似で結びつけた私のこの短文を締めくくる言葉として、以下の空海の言葉を紹介したい。

五大にみな響きあり、十界に言語を具す
六塵ことごとく文字なり、法身はこれ実相なり

五大とは、「地」、「水」、「火」、「風」、「空」の事で、現代風に言えば “宇宙” を表しているものであろう。通常の解釈では、十界とは人間の境地の段階を表すものとされているが、私がここで説明した自分の研究を行った後の感想に基づき、この言葉の意味をあれこれ考えてみると、まず、数学とは精神世界と物質世界の両方を貫いて存在する言語の様なものであると感じる。力学、電磁気学等の物理現象の法則は色々な言語としての数学的表現で記述できるが、その背後には、それらを統一的に表現できるハミルトニアン構造が存在している為に、一見バラバラに見える法則は、実はバラバラに存在しているのではなく、その全てはハミルトニアン構造という「響き」によって繋がっている。そして、私が発見した ダークマター 及び ダークエネルギー モデルは、この「響き」に共鳴して導かれたものであると感じている。