

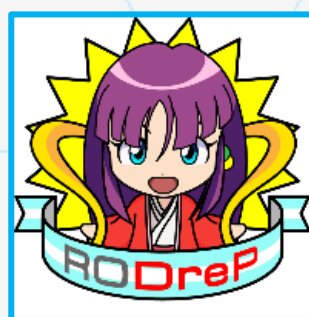
RODreP叢書

# オフシエル科学ぶらりあるき

第1巻

オフシエル科学フォーラム寄稿集

(平成30年4月～令和元年10月)



(一社)ドレスト光子研究起点  
オフシエル科学フォーラム企画委員会 編

HP上での掲載のURL: <http://rodrep.or.jp/985-2/>

登録番号 **RSBN 2019-01**

(一社)ドレスト光子研究起点  
〒221-0022 神奈川県横浜市神奈川区守屋町3-13-19

URL: <http://rodrep.or.jp>



## まえがき

(一般社団法人)ドレスト光子研究起点 (Research Origin for Dressed Photon : RODreP) ではドレスト光子をはじめとするオフシェル科学の基礎研究を推進しておりますが、おかげさまで気鋭の研究者の皆様がご趣旨に賛同下さり、共同研究が順調に進展しております。

また、当法人ではオフシェル科学研究の啓蒙普及にも努めております。その一環として、「オフシェル科学研究フォーラム」を運営しております。これは上記の研究者の皆様が中心となり、関連研究の情報交換を行う場です。本冊子「オフシェル科学プロムナード」はこのフォーラムが企画してまとめられたもので、上記の研究者の皆様方からこれまでご寄稿いただいた記事を掲載し、RODreP が実施している最近のオフシェル科学研究の状況などを紹介するものです。研究成果のみでなく、研究に対する考え方、意見などを広い視野からご執筆いただき、肩のこらない読み物としてまとめました。なお、この記事は当法人のHP (<http://rodrep.or.jp/985-2/>) にも掲載、順次更新しておりますので、そちらも閲覧いただければ幸いです。これらをつうじ、皆様にオフシェル科学のご理解を賜りますよう、ここにお願い申し上げます。

令和元年 11 月

大津元一

「オフシェル科学研究フォーラム」企画委員会 委員長  
(一般社団法人)ドレスト光子研究起点 代表理事

## 目次

1	岡村和弥	測定における因果性・統計性：ドレスト光子を例として (平成30年12月25日寄稿)	1
2	安藤浩志	ドレスト光子の数理 (平成30年12月25日寄稿)	3
3	西郷甲矢人	光の数理の最前線：ドレスト光子と量子ウォーク (平成31年2月27日寄稿)	5
4	三宮 俊	シミュレーションが語る、ドレスト光子のミッシングピース？ (平成31年2月27日寄稿)	7
5	坂野 斎	人間の都合とオフシエル科学 (平成31年4月24日寄稿)	9
6	佐久間 弘文	ドレスト光子に関わって最近思う事 (平成31年4月24日寄稿)	11
7	瀬川悦生	量子ウォークによるドレスト光子シミュレータに向けて (令和元年6月26日寄稿)	13
8	岡村和弥	合成系からみた関係性・因果性 (令和元年8月28日寄稿)	15
9	安藤浩志	オンシエル・オフシエルとフォック空間 (令和元年8月28日寄稿)	17
10	西郷甲矢人	量子ウォーク：オフシエル科学の「おもちゃモデル」として (令和元年10月30日寄稿)	19
11	三宮 俊	ドレスト光子とナノ構造の「窓」 (令和元年10月30日寄稿)	21

## 測定における因果性・統計性：ドレスト光子を例として

岡村 和弥 (名大情報)

**要約** これまでの量子測定理論は測定前の被測定系と測定系間の独立性が前提となっていた。近接場光学・ドレスト光子を対象とした測定に対してはこの前提が成り立たない。ドレスト光子に対する測定理論を定式化するにあたり著者はまだ明確な回答を持ち合わせていないが、因果性をこの文脈での重要概念と考えている。ドレスト光子を対象とした測定での因果性と統計的記述を深めることにより今後進展させたい。

量子系に対する測定の特徴・特殊性を話として、Heisenberg 以来の伝統的な枠組みの中で「測定は対象の状態を乱す」などと言われてきた。Heisenberg が思考実験で提示した  $\gamma$  線顕微鏡の例では、有限の時間だけ相互作用で  $\gamma$  線により被測定系である粒子の位置と運動量が変化することが知られている。そして当時の時代的制約があるなか、Heisenberg は「不確定性原理」と呼ばれる誤差と擾乱の間のトレードオフを示した。不確定性原理の数理的側面については von Neumann の教科書 [1] がとてもわかりやすい。これまで量子測定理論で想定されてきた研究対象は、上の例のように測定前は独立な被測定系と測定系（測定装置のマイクロ端）を有限の時間相互作用させ測定系の物理量の変化をメーターに用いる場合である [1, 2]。有限自由度系の延長上で量子場でも測定理論を展開できるが、量子場の測定理論での有界時空領域における局所測定は相対論的な状況を含む形に従来の量子測定理論の定式化を拡張したものである [3]。測定前の被測定系と測定系間の独立性はこれまでの量子測定理論における基本的前提であると言える。

近接場光学・ドレスト光子 [4] を対象とした測定はその現象のあり方から、系によっては遠方の放射光に頼った測定だけでは不十分で、測定装置と被測定系が近接した事実上その 2 つが区別不可能な状況での測定を取り扱わなければならない。これは先の独立性が成り立たない場合にあたり、これまでの測定理論での前提を放棄する形になる。近接場光学およびその周辺分野と量子測定理論のどちらもまだまだ発展中であり、これらがこれまではっきりとした形で相互に影響を及ぼさなかったために基本的前提、言い換えれば暗黙の了解となっていたとも言える。

では、測定前の被測定系と測定系間の独立性が成り立たない場合に被測定系の物理量をどのようにして測っていると言えるのだろうか？その答えを残念ながらまだ明確に持ち合わせていない。けれども、著者がドレスト光子に対する測定理論を展開するに重要だと考える概念があり、それが因果性である。因果性とは、原因と結果の関係性（およびそれがあるか否か）についての概念である。因果性を測定の文脈で理論的に吟味するというのはある意味では当たり前であり一方でとても難しいことである。なぜなら、測定装置のメーターは被測定系の物理系と相互作用した結果を反映すべきであり、またそのようになっていることが確かめられて然るべきであるというのが当然だと思う理由である。一方で、(何を因果の対象とするのかという問題はあるが) 物理で標準的に扱う相関関数などを単純にチェックするだけでは因果を確認できないというのが難しい理由である。ドレスト光子（という仮定）なしに説明不能な現象の存在自体が実は因果的な説明であるのだが、因果性に関わる研究は自然と学際的な文脈を呼び寄せることになる。というのも因果性は学問・分野を問わずその扱いが難しい対象だからである。ドレスト光子という対象だけで

なく物理理論を扱うための因果性の哲学を（実験を例とした実際の場面への）実践と学際的観点から見直すのも将来像を描く上で今後必要となるかもしれない。

量子系の議論は統計性を前提にしているということを最後に付け加えたい。具体的には物理的状況・実験設定に対応した（量子）状態により系の統計的振る舞いを記述する。もちろん統計性は因果性を記述するための不可欠な要素である。統計学は、その重要性が近年ますます認識され需要も伸びているが、状態概念および因果性が生かされる場面を通じて自然科学の中で哲学的にも実学的にも新しく発展することを期待したい。

謝辞 この研究は（社）ドレスト光子研究起点の支援を受けています。

## 参考文献

- [1] J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, (Springer, Berlin, 1932); *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, (Princeton UP, Princeton, 1955).
- [2] M. Ozawa, Uncertainty relations for noise and disturbance in generalized quantum measurements, *Ann. Phys. (N.Y.)* **331**, 350–416 (2004).
- [3] K. Okamura and M. Ozawa, Measurement theory in local quantum physics, *J. Math. Phys.* **57**, 015209 (2016), doi: 10.1063/1.4935407..
- [4] 大津 元一, 『ドレスト光子』, (朝倉書店, 2013) .

# ドレスト光子の数理

○ 安藤 浩志 (千葉大理)

ドレスト光子はナノメートル寸法の領域で電子や電子・正孔対と光子が結合して出来た準粒子であり、自由空間を伝搬する光とは本質的に異なる振る舞いを示す事が知られています。またその性質が伝搬光を用いては実現できなかった様々な光デバイスの設計に活用されています [8]。一方でドレスト光子の理論的研究は実験・応用面での成功に比して困難が多く、未だ手探りの状態が続いています。代表的な問題点を3つ紹介します。ナノ領域における光と物質の相互作用を扱うには、量子化された電磁場の理論が必要です。困難の1つ目は、自由場を別として量子電磁力学の数学的に厳密なモデルが現在も構成されていない事です(発散の困難)。2つ目は、ドレスト光子発生の機構には、光がナノ領域で、巨視的物質に囲まれたナノ物質と相互作用する事にあります。全ての物理的自由度を完全に取り入れた記述は原理的に不可能ですが、ではどのように粗視化し、モデル化するかは全く明らかではありません。ドレスト光子が関与するナノ領域での電磁場の振る舞いは、真空中で光と荷電粒子が相互作用する様子とは本質的に異なるのかもしれませんが。3つ目は、仮想光子であるドレスト光子発生の機構自体を観測する事は出来ず、別のナノ物質を用意して光子を散乱させ、その散乱光を観測する必要がある事です。従って問題は観測という操作と不可避である事です。場の量子論と観測の理論の関係は現在進行形で研究が進んでいる難問です [6, 7]。他にも問題は山積している感がありますが、私は1,2の問題を中心に考察しています。量子化された電磁場は形式的には無限個の調和振動子の集まりの様に見えますが、そこには無限自由度の力学変数を持つ系の量子化を考えると現れる非同値な表現達を考察する必要性が現れ、具体的モデルを構築し、その解析を行う事と並行して作用素代数的考察も重要になります [3, 4, 6, 7]。私は特にこの作用素代数の観点から得られた量子場の作用素たちが作る代数系(作用素環)はどのような構造を持っているか?を調べています。以下でもう少しこの事情を説明します。有限自由度変数  $Q_1, \dots, Q_n$  とその共役運動量  $P_1, \dots, P_n$  を持つ系を正準交換関係  $[Q_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$  に従って量子化する方法(より正確には Weyl 型の CCR を満たす既約表現の場合)は、適当な条件下で、ヒルベルト空間  $L^2(\mathbb{R}^n)$  上の作用素

$$Q_k = x_k, \quad P_k = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_k}$$

としての実現しかない、という事が知られています。従って有限自由度の孤立系の量子力学を考える際には、 $Q, P$  達の作用素としての実現の仕方がどうであるか等を心配する必要はありません。しかし、 $n = \infty$  の場合には本質的に異なる既約表現(作用素としての実現方法)が無数存在する事が知られています。従って作用素としての実現方法=表現の方法を調べる事に大切な意味があると考えられます。無限自由度の系の表現の中には、自由場であっても既約表現への分解方法に一意性が全くないものが多く存在します。特に中性スカラー場を量子化する場合、演算子  $\phi(\mathbf{x})$  やその共役運動量  $\Pi(\mathbf{x})$  が与えられて、

$$[\phi(\mathbf{x}), \Pi(\mathbf{y})] = i\hbar\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdots (*)$$

の関係式  $+a$  を満たすものとして“定義”されたと考えたくなりますが、現実にはそのような作用素は存在しない為、テスト関数  $f$  で均された場  $\phi(f)$  達を考えることとなります。テスト関数  $f$  の台を時空領域  $O$  に含まれるものたちに制限して、それらの作用素から得られる作用素(von Neumann)環  $\mathcal{M}(O)$ (サポート条件を満たす場の作用素のスペクトル射影達で生成する von Neumann 環)を構成すると、これは III 型因子環と呼ばれるものになっていることが知られています(荒木の定理)。あ

るいは場の作用素を Fourier 変換して, 高い運動量成分を消去すると (運動量切断), 時空  $x$  における場の作用素  $\phi_k(x)$  が定義できます.  $\kappa > 0$  は切断運動量の絶対値の上限を与えるパラメータです. すると, 同様に作用素環  $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$  を構成する事もできます.  $\kappa \rightarrow \infty$  で  $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$  と  $\mathcal{M}(\mathcal{O})$  は本質的に一致すると期待されますが, 実際にどうなっているかは不明です. さらに量子電磁場の場合はゲージの固定方法により, 場の作用素の実現方法は複数あり得ます. 量子電磁場から同様に  $\mathcal{M}(\mathcal{O})$  を構成する事はできますが, それがどのような性質を満たすかはあまり調べられていません.  $\mathcal{M}(\mathcal{O})$ ,  $\mathcal{M}_\kappa(\mathcal{O})$  の構造を調べ, 巨視的物質に囲まれたナノ物質と電磁場の相互作用を, どのように有効的に取り入れるかを今後考えていきたいと思っています. まずは Coulomb ゲージにおける量子電磁場の作る作用素環を調べています. これは Boson Fock 空間と呼ばれる, 光子の生成・消滅を記述するに適した Hilbert 空間に作用する作用素値超関数で, Coulomb ゲージ条件に従って電磁場の縦波成分を消去したものを構成するモデルです [1].

## 謝辞

本研究は (社) ドレスト光子研究起点の助成を受けています.

## 参考文献

- [1] 新井朝雄, フォック空間と量子場 上・下 (日本評論社), 2000.
- [2] 新井朝雄・河東泰之・原隆・廣島文生, 量子場の数理 (数学書房), 2016.
- [3] Ola Bratteli and Derek William Robinson, Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics I, II (Springer), 1986.
- [4] Rudolf Haag, Local quantum physics (Springer), 1992.
- [5] K. Kobayashi and M. Ohtsu, J. Microscopy 202, 279 (2001).
- [6] 岡村和弥・小嶋泉, 無限量子系の物理と数理 (SGC), 2013.
- [7] 小嶋泉, 量子場とミクロ・マクロ双対性 (丸善出版), 2013.
- [8] 大津元一, ドレスト光子 (朝倉書店), 2013.

# 光の数理の最前線：ドレスト光子と量子ウォーク

西郷 甲矢人 (長浜バイオ大学)

E-mail: h.saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

人間と光の付き合いは長い。そして私の知る限りの神話や宗教ではみな光を尊いものと見なしているように思われる（そうでない例があったらぜひご教示いただきたい：もちろん「太陽」となると凶悪な太陽神もないではないのだが）。いや、それどころか現存する数多くの生物の原型が出そろったともいわれる「カンブリア大爆発」というのも、「目」という光を感知する器官が生まれたことによるというし、そもそも光がなければ光合成もなく酸素もこんなにならないのだから、人類とは「誕生以前からずっと」長い付き合いである。むろん、生物誕生以前のことについてもこの話は続けられるが、ここではひとまず措こう。

そんな風に付き合いの長い光ではあるが、その特性を理解しきっていると思ったら大間違いである。「光とはこういうものだ」という形で分かった気になったとたん裏切られる。光は直進する、と分かったつもりになっていたら、すぐに屈折という現象にぶちあたる。なぜ直進し、かつ屈折するのか。これを理解するために、フェルマーの原理というものが考え出された。つまり「光は最短時間の経路を通る」というわけである。これが変分法という数理の始まりであった。また、直進するから粒子なのだろうと思ったら、ワイングラスの影のど真ん中に光の輝く点があることからわかるように、光は波動として理解される。この波動としての光を理解することはフーリエ解析が大いに役立つし、逆もしかりである。さらには、波動かと思えばエネルギーのやり取りにおける離散性という意味での粒子性があり、もしこれがなければ日焼けが起こることも、夜空の星が目に見えることも理解できない。この意味での光の粒である「光子」を理解するために、量子論やそれにまつわる数学が大いに発展してきた。こうして光の研究と数理科学はともに深化してきたのである。

では現在はどうかだろうか？すでに光の理解は基本的に終わったと言ってよいだろうか？とんでもない、と私は思う。その「とんでもない」という意味を説明するには、オフシェル科学フォーラムの主要なテーマでもある「ドレスト光子」がうってつけである。

ドレスト光子とは、光がナノスケールの物質と相互作用することによって、エネルギー・運動量的な「広がり」をもつとともに、時間・空間的な「局在性」をもつようになるという現象である。このエネルギー・運動量的な広がりを持つことが大まかにいって「オフシェル」の概念に対応するが、ここではその双対的な表現である「局在性」に焦点を当ててみよう。

そもそも、現代の物理学において常識的な理解からすると、光子というものは（スピン1の）質量をもたない粒子である。ところが、このようなものについては「局在性」というのがあり得ない、というのが数理物理学ではよく知られた事実である。その位置の確率分布すら定義できない、というのであるからこれは無視するわけにはいかない。要するに局在するためには質量が必要なのである。そして質量はというと、物質励起を「まとう」ことによって得られる。

さらにこの局在のありようがまた面白い。ドレスト光子の局在性については、「端点」や「不純物の周辺」といった「特異的なところ」への局在的な集中という普遍的な現象があり、逆正弦法則という「逆釣鐘型」のプロファイルをもつ。ドレスト光子自体は空間的に「渡り歩く」と考えられるが、その分布が一定の安定性をもっているというわけである。このようなドレスト光子の「伝搬現象」についてどのようなモデルが適切か考えてみよう。

一般に、伝搬現象の数理モデルとして、まず「ランダムウォーク」が挙げられる。ある位置に



存在している「ウォーカー（渡り歩くもの）」が、確率的に行先を選ぶ、というあれである。しかし、もしドレスト光子の伝搬現象がランダムウォークによってモデル化可能であるとすれば、先ほど述べた「特異的なところへの集中的局在」ないし「逆釣鐘型」といった性質と鋭く矛盾する。ランダムウォークは、一般に「特異的なところ」ではなく「ありふれたところ」に集中する性質があり、ガウス分布のような「釣鐘型」のプロファイルを持つからである。何かがおかしい。要は、上でいう「確率」はドレスト光子の伝搬を考えるのに狭すぎる。量子版を考えるべきなのだ。

そこで、ランダムウォークの量子版とも呼ばれる「量子ウォーク」の概念を活用してはどうか、というアイデアが生まれる。実は、量子ウォークについては特異的な場所への集中や逆釣鐘型のプロファイルなどの性質が知られており、ドレスト光子の良いモデルになるのではないかと推測される。そこで、ドレスト光子の伝搬が量子ウォークではないだろうかという仮説のもと、これまで測定されてきたデータを見なおしてみることにした。

ドレスト光子がランダムウォークで記述できるか、あるいはできないか。ランダムウォークで記述できないとして、量子ウォークがそれに代わる適切な枠組みであるかどうか。この問題を見極めるには、「平均の移動距離」を考えるのがよいと思われる。よく知られていることとして、ランダムウォークの平均の移動距離は概ね時間の平方根に比例するが、量子ウォークは時間そのものに比例する。量子ウォークのほうが迅速なのである。

この観点に基づいて伝搬のモデルを立て、最終的に通常の光の形で測定にかかる際の光の強度を計算したものをデータに当てはめ片対数グラフにプロットしてみると、とくに「立ち上がり」の部分において量子ウォークモデルの当てはまりが良いという観察が得られた！ドレスト光子と量子ウォークという、光と数理との新しい接続の可能性が見えてきた。

私たちはこんな風に、ドレスト光子の振る舞いを理解する新しい数理を求めて議論を進めている。読者の皆様のうちで興味を持たれた方々はぜひこの議論に参加していただければ幸いである。

## シミュレーションが語る、ドレスト光子のミッシングピース？

三宮 俊(株式会社リコー)

E-mail: suguru.sangu@jp.ricoh.com

「ドレスト光子」に係わり始めてから、(10 数年のブランクはあるが)かれこれ 20 年程が経過している。未だにわからないことだらけであるが、知識を継ぎ接ぎして、人前で紹介できる程度のお話にはなるかと思い本稿を執筆している。最近の興味は、ドレスト光子シミュレータなるものを創る／構想することである。筆者は企業の人間であり、何やら壮大なもの(ドレスト光子からオフシェル科学へ[1])に出しゃばって首を突っ込んでいるように感じている。とは言え、本研究分野から興味深い実験結果が頻出し、独特の(ある意味自然な?)解釈が展開される過程は純粹に面白い。野心的な目標は、ドレスト光子シミュレーションを用いて光るシリコンや新しい機能材料をデザインし、作製原理を示し、産業界につなげることである。

本稿では、筆者が最近着手し始めたドレスト光子シミュレーションの構築過程における勝手気ままな思考を紹介していきたい。なぜなら、この試行錯誤を異分野の、特に数理物理学に長けた本研究グループメンバーに当てることで、その思考が、知識習得が自己撞着的に進む現状をお伝えしたいからである。本稿の内容が、主観的であり、想像的であり、稚拙さをともなう点にご容赦いただきたい。何せ、基本方程式を仮定することすらモノの本質を隠しかねない、という意識にかられながら問題に取り組んでいるのだから。

さて、ドレスト光子といっても、いまのところ厳密な定義には至っていないと思われる。その状況下でシミュレータを構築するわけである。最初の拠り所を、ナノ物質近傍におけるドレスト光子の局在性とし、これを環境と相互作用することで質量を獲得した粒子(調和振動子)と見なす。相互作用の起源は、光子と物質励起によるポラリトンであってもよいし、ポラリトンとフォノンの混成場であってもよい。とにかく何らかの有限距離でドレスト光子を重心位置(局在点)に留めるものであればよい。次に考えるのはこのような局在点が 2 つある場合であり、両者間でドレスト光子のコヒーレントな授受が発動する。このダイナミクスの記述は各局在点におけるドレスト光子の有無を基底状態とした密度行列を用いた手法が扱いやすい。3 個以上も同様であるが、新たに幾何学的な配置が局在点間のドレスト光子結合強さに効いてくる。ここまでくると、局在点の集合はグラフの節点とみるのが自然に思われるが、実際の物質への割り当て方の指針がなく、取り敢えず  $N$  個の格子点により物質が構成されると考え、 $N$  次元の状態を得る。これはドレスト光子の有限距離をホッピングの強さと見立てた、物質境界をもつハバード模型である。ホッピングの強さが有限距離関数で与えられることから、量子ウォークという描像が垣間見える。(量子ウォークの勉強を始めなくては...) 格子点一つ飛ばしの相互作用などを考えると、ドレスト光子によるスクリーニングなども気になってくるが、ボソンと見なしでも良さそうなので、これは気にしないでおく。

ここから物質の境界形状を反映できるように格子点の数を増やしていくわけだが、先立って、この系にどうやってドレスト光子を励起したらよいか、何かしらの外場を与えねば、と思いつつ。量子

的にコヒーレントな現象であることは強調したいので、ドレスト光子の生成演算子と消滅演算子の和の形で外場を作用させる。(これは電気双極子励起と同じ表現だが、調和振動子だと思えば取り敢えずの矛盾はなさそう。) 外場を付与すると、今度は系の中にドレスト光子が飽和して都合が悪いので、エネルギーを散逸するリザーバを用意する。すると、光ファイバプローブなどのナノ物質の構造端部に局在する定常状態が、非平衡開放系の定常状態の問題として再認識される。非平衡開放系の勉強を始めてすぐに遭遇するのは自己組織化や秩序構造といったワードである。光ファイバプローブ先端におけるドレスト光子の局在現象は自己組織化の帰結であろうか。そのような視点から状況を再考すると、局在状態形成において散逸過程は非独立なものであるに違いない。参考文献[2]でお話しさせていただいた光ファイバプローブのテーパー形状(ただし2次元モデル)の微変形による局在状態(空間分布)の様相変化は、おそらく人為的に導入したリザーバの性質を反映するものである。ドレスト光子システムにおけるリザーバはどうモデル化されるべきか、と頭を悩ませてしまう。一つ、系全体に広がるドレスト光子の低周波数成分ほどエネルギー散逸への寄与が高いという直感的な見方がある。物質のある部分空間における(波長オーダーに広がる?)固有状態と選択的に結合するリザーバの導入が必要と思われ、「そのようなもの」の在り方を考え始めている。筆者の妄想が正しければ、ドレスト光子が質量の衣を脱ぎ捨て、マクスウェル方程式に漸近していく様相が数値的に表現されるのだが…。

さて、エンジニアリングへの立場へ視点を移し、上記のようなドレスト光子シミュレーションエンジンを準備でき、例えば光るシリコンデバイスをデザインしようと思いを巡らせると、ドーパントを配置すべき位置に頭を悩ませてしまう。フォトンブリーディング現象[1]として、ドーパント原子が自己組織的に配置されるデバイスの作製過程をシミュレーション上で再現し(すなわち、ハミルトニアンを書き換えながら)、所望する非平衡開放系の自己組織的な安定状態を探索する自律プロセスが欲しくなる。いや、安定状態ではなく相転移臨界状態なのかもしれない。

以上、ドレスト光子シミュレータを構築するという立場から、あることないことを妄想し、計算モデルに落とすというプロセスを進めてきた、その際の思考の一端を紹介した。ナノ領域の光学現象に目を向ける際、微視的な描像に目を奪われがちであるが、いざ実用的なデータを取得しようと手を動かしてみると、マイクロからマクロまで、そのミッシングピースが露わになる。計算機シミュレーションは一見すると、物理現象をブラックボックス化してしまい、真実を仮設で覆い隠してしまう可能性がある。一方、計算機パワーを借りた勝手気ままな試行(思考)実験場だと思えば、試せることは山積みである。何がミッシングピースであるかは未だわからないが、抱く疑問点の多くには先人たちの足跡がある。計算機シミュレーションは異分野間をつなぐ有効なコミュニケーションツールであり、段々と視界が開けてくるものと考えている。

## 参考文献

- [1] T. Yatsui (ed.), *Progress in Nanophotonics 5* (Springer, Heidelberg, 2018).
- [2] 三宮・他, 2018年第79回応用物理学会秋季学術講演会, 19a-437-7 (2018).

# 人間の都合とオフシエル科学

坂野 齋

山梨大学工学部 \*

(Dated: April 26, 2019)

シリコンはトランジスタなど電子デバイスの材料として社会で活躍する一方、「光らない半導体」として光デバイスの材料には使われてきませんでした。川添忠博士を中心とした大津グループで、シリコンを発光色まで選んで高効率で光らせたこと [1] は近接場光学、半導体物理学の新しい時代の幕開けを意味するのかもしれませんが。

シリコン LED の製作プロセスはドレスト光子アニーリング（ドレスト光子-フォノンアニーリング）といわれ、発光してほしい波長の光を照射しながら、電流のジュール熱によって不純物の拡散を起こし、発光のための構造の最適化を促進するものです。発光の仕組みには光学フォノンが関わっていることが実験的に示されています [2-4]。光学フォノンは電磁場を伴いますが、それは放射せずに物質との相互作用を拠り所に物質内にとどまる **オフシエル**電磁場（ドレスト光子/ドレスト電磁場）です。

光が電磁場であることはマクスウェルによって導かれ、ヘルツによって実験で検証されました。物質から遠く離れて伝搬する光は電磁場のうちの特別なもので、**オンシエル**電磁場です。**オンシエル**とは「分散関係式」という拘束条件を満たすという意味です。「分散関係式」を満たさない電磁場は物質から遠く離れることはできず、物質の近傍や物質の内部にとどまります。これが**オフシエル**電磁場です。認知されにくいものですが、物質のあるところに遍く存在するもので、よくよく考えれば電磁場の「多数派」と言えます。

光学の長い歴史において、**オフシエル**電磁場を**オンシエル**電磁場と同じ資格で光学現象の原因とみなすことはなされてきませんでした。物質から離れた光源から**オンシエル**電磁場（伝搬光）を入射して、物質から離れた観測器で**オンシエル**電磁場（伝搬光）の出射を捉えることが人間にとって実験しやすく、実用に供しやすかったからです。実際、**オフシエル**電磁場である物質に内在する電場や磁場が原因となる複屈折や偏光回転という現象がありますが、操作できない「不自由な」**オフシエル**電磁場は**オンシエル**電磁場と同じような原因としての資格は与えられず、物質の属性として誘電率テンソルに込められました。

熱力学も人間にとっての操作性と有用性を織り込んで考えることができます。例えば、気

---

\*Electronic address: banno@yamanashi.ac.jp

体に満たされたシリンダー内のエネルギーの増加は、系の境界から内部に向かう仕事流と熱流の和と記述されます。この2つの形態の流れはその実態の物理とともに人間にとっての操作性・有用性の心理によって区別されます。系から外部へ向かう仕事流は、微視的にはピストン方向の運動量起源のエネルギー流で、人間にとっては動力として有用で操作しやすいものです。これを効率よく得ることが熱力学の目的です。熱流は微視的には気体分子の回転や振動へのエネルギー流でこれは操作性・有用性が低いものです。熱流に「不自由さがいかほどあるか」という尺度がエントロピーといえるでしょう。

興味深いことに、プリゴジンの散逸構造の理論 [5] では、不自由を規定するエントロピーが、系内でいかほど生成されたかが非平衡系の運動を支配することを述べています。冒頭の川添・大津らのシリコンLEDにおいても、人間にとって操作性・有用性が低かった**オフシエル**電磁場が大切な役割を担っていることは、散逸構造を示唆しているのかもしれませんが。

**オンシエル**電磁場と**オフシエル**電磁場を切り分けているものは分散関係という物理だけではなく、人間にとっての操作性・有用性という心理もあります。人間にとって認知しづらく不自由な**オフシエル**の場に**オンシエル**の場と対等な資格を与えよう、または、それ以上の役割を見いだそうとすることは「オフシエル科学」の姿勢だと思います。それは私たちの視点を一段高め、きっと見晴らしのよいところへ導いてくれると期待しています。

- 
- [1] Minh Anh Tran, Tadashi Kawazoe, and Motoichi Ohtsu. Fabrication of a bulk silicon p–n homojunction-structured light-emitting diode showing visible electroluminescence at room temperature. *Appl. Phys. A*, 115:105–111, 2014. DOI 10.1007/s00339-013-7907-9.
  - [2] N. Wada, M. A. Tran, T. Kawazoe, and M. Ohtsu. Measurement of multimode coherent phonons in nanometric spaces in a homojunction-structured silicon light emitting diode. *Appl. Phys. A*, 115:113–118, 2014. DOI 10.1007/s00339-013-7906-x.
  - [3] M. Yamaguchi, T. Kawazoe, and M. Ohtsu. Evaluating the coupling strength of electron–hole pairs and phonons in a  $0.9\mu\text{m}$ -wavelength silicon light emitting diode using dressed-photon–phonons. *Appl. Phys. A*, 115:119–125, 2014. DOI 10.1007/s00339-013-7904-z.
  - [4] T. Kawazoe, K. Nishioka, and M. Ohtsu. Polarization control of an infrared silicon light-emitting diode by dressed photons and analyses of the spatial distribution of doped boron atoms. *Appl. Phys. A*, 121:1409–1415, 2015. DOI 10.1007/s00339-015-9288-8.
  - [5] G. ニコリス and I. プリゴジヌ. 散逸構造 – 自己秩序形成の物理学的基礎. 岩波書店, 1980.

## ドレスト光子研究に関わって最近思う事

佐久間弘文

ドレスト光子研究起点 (sakuma@rodrep.or.jp)

私がドレスト光子 (DP) の研究を始めたきっかけは、2, 3 年程前であろうか、小嶋先生より声をかけて頂いた事であった。量子論の専門家でもなく、これまでナノ光学に深く関わって来たわけでもない私であったので、当初は戸惑ったが、小嶋先生の「君が考えているあの渦モデル、この研究に使えるかも」のお誘いに反応し、「めくら蛇に怖じず」の状態に参加してしまった。私は、30 代頃より渦運動に特別の興味を感じ、その事についてはそれなりに勉強してきた。光学の基礎となる電磁気学は学生時代、物理の教養として少し学んだのが始まりであった。その時はまだ、渦への関心が強くなかったせいも、マクスウェル (M) 方程式を見ても特に「おっ！」と思った記憶はなく、ただ、ベクトル解析に出てくる  $\text{div}$  や  $\text{rot}$  の記号が電場や磁場にかかっている式ぐらいの印象しか残らなかった。しかし、その後、渦への関心が強まったある時に、M 方程式のローレンツ共変形を見た時、それは“古典物理の基本方程式”というより、「殆ど渦に関しての 4 次元的恒等式 (実際半分の式は、正確な意味において恒等式である)」なので思わず「ギョット」してしまった経験があった。人から聞いた話であるが、理論物理の世界では、あまり説得力を感じられない項を理論式に持ち込む事を「手で付ける」と言うそうである。その「ギョット」した想いを言葉で表せば、「手で付けた項を含まない“究極”の理論とはこういう形のものかも」という事であった様に記憶している。

30 代の始めには、テンソル解析の延長として、一人で勝手に一般相対論の専門書を読んでいたら、アインシュタイン (E) 方程式の左辺に顔を出す 2 階のリッチテンソルの表現を見てまたギョットとしてしまった。リッチテンソルは 4 階のリーマンの曲率テンソルの添字を縮約して得られるものだが、後者は渦を表現する 2 階の交代テンソルの 2 次式の様なものだから、その縮約は、数学的には渦である電磁場のエネルギー・運動量テンソルと同じようなものではないかという事である。言うまでも無く、E 方程式の主張は、このリッチテンソルがすべての物質のエネルギー・運動量テンソルと等価であるという事である。上で私が言った事は、電磁場の場合、その物理的意味をすっかり忘れて E 方程式の左辺と右辺を比べてみたら、その数学的表現は殆ど同じであるという事である。その時、ふむ〜ん！ もしそうなら、電磁場だけでなくすべての物質にも渦的表現が隠れているに違いないとの想いが深まった。極めつけは、北米にいた時に、ペンロースの公開講演を聞く機会があり、そこで彼はしきりに相対論と量子論を結びつける鍵はスピンにある事を力説し、物質だけでなくその背景場としての時空をもスピネットワークで表現しようという企ての説明もした。この時から、自分は「渦をご本尊」とする“渦教徒”になってしまったような気がする。

小嶋先生が私に言った「君の渦モデル」という事も、その様な背景があり、かなり以

前に一人で勝手に考えていたモデルの意味を先生に相談したのが始まりであった。DPの研究に参画させて頂いたお陰で、自分の研究もかなり進み、小嶋先生と大津先生には感謝の想いで一杯である。研究の具体的内容は紙面の制約で書けないが、今回は、一つだけ研究を通じて感じた「直感めいた想い」があるので、その事を簡単に述べてみたい。私の渦研究が DP 研究にどう関わるかの一番のポイントは、小嶋先生から教えて頂いた「量子場の相互作用を運動量空間で記述する際には、時間的、光的な運動量に加えて、空間的なものも必須である」という事で、私は空間的運動量を持つ場の渦力学を調べる事を通して DP を理解しようとしている。具体的な成果の幾つかは HP に掲載してあるので、興味ある方はそちらを見て頂きたいが、成果の一つを簡単に述べると、M 方程式の原型を保ちながら、電磁場の運動量が空間的になる様に拡張する事は可能であるという事である。その様な電磁場のエネルギー運動量テンソルを書き下すと、なんとそれは、私が既に上で述べた E 方程式における左辺と右辺が（同じ様なものではなく）完全に同型となるのである。（手で付けられない式の典型のような形である。恐らく、空間的運動量場のほうが、時間的及び光的運動量場より、空間的という意味において空間であるリーマン多様体と馴染みがいいのが理由かもしれない。）

この事の意味をずっと考えていたが、今は以下のような“妄想(?)”を膨らませている。量子力学の本を読んでまず私の様な者が挫折する事は、量子は粒子であり波動であるとの“神託”を受け入れねばならぬ事である。これまでの物理は、“時空”という舞台の上で、エネルギーとしての“役者”が演じる物語を見ているようなものであったが、存在の真の姿はエネルギーとしての物質と時空とが一体になっている様なもので、局在化し時間的な存在が物質で、非局在の広がりを持つ空間的な存在が時空で（その表現は無限に広がる波動的なもの）どちらもエネルギーを持つ（おそらく正と負という形で）。どの様な存在も、この様な「存在の真の姿」に根を持つので、量子の二重性もおそらくそこに由来するものではと考えられる。以前、小嶋先生より数学的にしっかりした場の量子論を作ろうとする努力がなされたが、自由場しか表現できなかったお話を聞いた。相互作用に空間的運動量が必須なら、それを取り込まない限り相互作用する場を記述する事は不可能で、それはとりも直さず物質と時空を同等に扱う場の理論ではないかと思われる。現在 DP の研究には若き数学者の方も集っているので、DP 研究の先には、この様な大きな可能性がある事を視野に入れ、研究を進められたら、楽しいのではと感じる。

## 量子ウォークによるドレスト光子シミュレーターに向けて

瀬川 悦生 (横浜国立大学)

量子ウォークの本格的な研究は 2000 年前半に、幾つかの典型的な離散空間構造中の量子探索アルゴリズムの中で駆動させて、いわゆる古典的なアルゴリズムと比較してその高速化を達成したことが、引き金である。現在ではこれをきっかけに、約 20 年弱の年月が経過したが、量子アルゴリズム以外にも、物性物理、量子レーザー工学、数学の諸分野、特に確率論や関数解析、グラフ理論など、様々な分野が参入し、この量子ウォークという一つのキーワードで、分野横断的な議論が可能な研究分野に発展してきた。

ところで量子ウォークとひとことで言っても、このように様々な分野から様々なモチベーションをもって、論じられているために、その姿形が変わる。例えば、物性物理や量子情報、スペクトル散乱理論などの分野においては、ネットワークの各頂点に内部状態を持たせることで定義する Coined 量子ウォーク、また幾つかの量子探索アルゴリズムにおいては 2 部グラフで生成された Bipartite ウォーク、さらに組合わせグラフ理論的な視点から、与えられたグラフの 2 種類のクリーク分解によって構成される Staggered ウォークなどが提案されている[1]。これらのモデルは一見するとそれぞれ異なっているように見えるが、実は全て同値になることが示された[2]。つまりどのモデルもしくはその背後にある分野が量子ウォークにおいては優位とかではなく、量子ウォークの視点からすればユニタリ同値の意味でみんな同等なのである。例えば、ちょっと冷静になって客観的な視点に立ってよく観察してみると Coined 量子ウォークにおいては、与えられたネットワーク  $G_1$  の各有向辺、Bipartite ウォークでは二部グラフ  $G_2$  の無向辺、Bipartite ウォークでは  $G_3$  の頂点が、それぞれの主役になっているだけの話であった。このことに気が付くと、与えられたネットワークをグラフ理論でよく用いられる変形を使って、これら 3 種類の量子ウォークモデルを自由に行き来することができる。この私の小さなオプザベーションをちょっと大げさにいってしまえば、客観的な視点に立てる数学が異分野間をとりもったひとつの事例とも言える。このことから、量子ウォークは色々な分野との懸け橋になり、融合研究をさらに加速させることのできるポテンシャルを秘めているともいえるかもしれない。

そしてさらに、もしかすると色々なことが量子ウォークで語れてしまうのではないかという、安直な期待をもち、折角なら、分野横断的に様々な理論を巻き込む壮大な研究テーマであるドレスト光子との対応関係を考えてみようと思った。実際に光がナノスケールの物質と相互作用を起こすことによって、その物質が光を纏うという、ドレスト光子のある主の局在化現象と、量子ウォークにも時刻無限大でも正の確率で存在する局在化現象や、その伝搬方法が拡散的なガウスではなく、線形的なある種の逆釣り鐘型的になっているという類似点が指摘されている[3]。まずはこれをとっかかりとして、現在、量子ウォークが着目されるもう一つの要因である、幾つかの代表的な現象を記述する方程式のある種の時空間離散版として捉えることができるといふ幾つかの事例から勇気もらいながら、ドレスト光子においてもある種の量子ウォークシミ



ュレーターが考案できないかを試みている。

そこで、以下では、まだ「想い」の段階のことで恐縮ではあるが経過を報告させていただく。まず量子ウォークの時間発展作用素の全ての固有値の絶対値の意味での「主張」が均等に1であるにもかかわらず、定常状態を与えるような工夫が必要である。するとその工夫の結果、量子探索などで駆動する量子ウォークのクラスにおいては、次のことがこの研究の最初のステップとして解った[4]。

- (A) エネルギーがゼロの入射波に相当する量子ウォーカーをネットワークに打ち込み続けると、そのグラフが一点に見えるくらい大域的に見たときの散乱は、ネットワークの表面の情報を記述するパラメータのみに依存する、局所的なダイナミクスを再現する。
- (B) 定常状態において、ネットワークの内部にも、量子ウォーカーが存在する。

この量子ウォークのある種の摂動展開を与える現象(A)(B)に対して、それぞれ“ナノ物質に当たった自由光子の散乱” $\Leftrightarrow$ (A)、そして“物質に纏わりつくドレスト光子” $\Leftrightarrow$ (B)、と置き換えてみたくならないだろうか？また他にもドレスト光子と類似する量子ウォークの現象が数値的に確認されている。すると、このような単純なモデルをもってして、実はドレスト光子の大雑把な振る舞いのある程度予想してみたいという素敵な妄想に掻き立てられることを禁じ得ない。未だ類似性の状況的証拠を羅列したに過ぎないのではあるが、今後はこの事例を元に、理論的な確証を与え、またどの意味で「シミュレート」なのかというこの「想い」をかなえるべくトキメク課題に取り組むことになる。現在、色々な分野の方からのアドバイスを頂きながら、この研究を進めているところである。ドレスト光子のメカニズムを解明するための有効な道具の一つになればという期待を持ちながらも、そのことがまた量子ウォークの研究においても新たな研究の地平に乗り出そうとしているようにも思え、双方の研究の相乗的促進効果が得られると確信している。

## 参考文献

- [1] R. Portugal, Quantum Walks and Search Algorithms, 2nd edition, (2018), Springer.
- [2] N. Konno, R. Portugal, I. Sato, E. Segawa, “Partition-based discrete-time quantum walks”, Quantum Information Processing 17 (2018) 100.
- [3] M. Ohtsu, T. Kawazoe, H. Saigo, Spatial and temporal evolutions of dressed photon energy transfer, OffShell: 1710R.001.
- [4] Yu. Higuchi and E. Segawa, Dynamical system induced by quantum walk, arXiv:1812.04730.

## 合成系からみた関係性・因果性

岡村 和弥 (ドレスト光子研究起点)

E-mail: k.okamura.renormalizable@gmail.com

物理系は「系に備わっている物理量の集まり」をもって指定されるものである。これは、系にとって内在的足りうるもののうち、「系のあり方や振る舞い」を説明する上で「量概念」ほど基本的なものはないという経験的事実の言い換えに過ぎない。ところで、系の振る舞いは状況に依存して変わるものであり、例えば古典力学でも初期条件・境界条件などに系の振る舞いは大きく左右される。初期条件・境界条件は外因的なものであって内在的足り得ないが、結果としてそれら条件が指定される状況さえ実現されれば系の振る舞いの多くを記述可能になる。量子系の状態も同じく外因的なものを反映して指定されるものであり、量子系の確率的（統計的）性質を前提（出発点）とする限り何一つ不思議なものではない。

では状態のような外因的なものが物理系の記述に入り込むとして、それは一体いかなる経験的事実に基づくものであるのだろうか。その答えは明快で、状態は「実験設定と呼ぶべき、合成系の作り方の（統計的な意味での）同値類」と対応していて、物理学の大前提である「再現性」のもと「同一」の実験設定を作り出せるときに意味を持つ概念であるということである。この「同一性」は、測定を行うことにより得られるデータ（とその統計的処理）に対して、決して無限ではない有限の精度において保証されるものである。

これまでの議論に出てきた概念のなかで更に掘り下げなければならないものがある。それは「合成系（という見方）」であり、古典・量子の区別に関わらず、非明示的にも物理系の記述に入り込む。例えば熱力学における熱浴や量子系における測定装置などは、対象となる系と合成系をつくり、系の状態の指定に強く関与する。熱力学は異なる系の間接触を前提とした体系であり、対等な扱いを受ける系同士が合成系をつくることによって1つの平衡状態から別の平衡状態に落ち着く動的な変化とその可能性に対し強力な制約を与える。一方、量子系に対する測定装置は、ありとあらゆる系の状態において測定できるわけではなく、(現実的には)許容される範囲の状態において系の物理量の測定となる。量子・古典問わず所謂「孤立系」は非常に限定された状況での理想化にすぎず、合成系をつくる相手方の系（いわゆる環境）は状態の指定には寄与するけれども対象系のダイナミクス（動力学）には影響をそれほど及ぼさないという前提での近似的概念と考えるべきである。

熱力学第0法則は、2つの熱的な系を接触（結合）させても変化が生じないときに同じ平衡状態にあるといい、同じ平衡状態の関係は対称的 ( $A \sim B$  ならば  $B \sim A$ ) かつ推移的 ( $A \sim B$  かつ  $B \sim C$  ならば、 $A \sim C$ ) であることを主張する（加えて  $A \sim A$  を仮定すれば同値関係になる）。このように系の間関係は、熱力学第0法則のようにはっきりしたものは限らないが、合成系をつくることにより得られる。また、断熱過程のように系の間接触が仕事によるやり取りとなっているときには、変化の方向自体が順序関係となっている場合がある。一般には合成系をつくる2つの系の間関係は同値関係と順序関係のどちらかになるとは限らないが、圏論的に整理可能な二項関係（またはその族）にあるとき熱力学のような普遍的構造が隠れていると考えるのが自然であろう。熱力学は平衡状態に限定することで体系化されたように、合成系をつくるなかで普遍的な状態の族を探す試みを含んでいる。

関係概念のうち、因果関係は経験科学においてひととき重要である。よく強調される相対論で

の因果性は、時空構造との結びつきに言及している点で大きな意義があるが、特殊な場合に過ぎない。因果関係とは「原因」と「結果」の繋がりであり、要は

原因 ⇒ 結果

ということであるが、⇒の意味に注意しなければならない。現在考えている合成系の観点からは、「原因」にあたる条件・命題を満たす状態であるときとそうでない状態を比較したとき、前者ならば「結果」にあたる条件・命題を満たす一方で後者ならば満たさないという意味である。すなわち、様々な状態を比較するなかで浮かび上がってくる関係が因果関係であり、論理学での⇒とは明確に異なっている。因果関係を確認するための「介入操作」も状態を変えるための操作のひとつだと位置づけるべきであり、量子系ならば測定がその役割を引き受けることもありうる。

ドレスト光子が発生するためのミクロな条件を通じて、光と物質が相互作用する領域の物理での因果関係を探っていくことは筆者自身魅力的だと思っており、数学的な新規性ともつながると考えている。物理学一般での「見えないもの」を想定する効能は歴史的にも非常に大きいものであり、様々な場面において現在進行形でその恩恵を受けている。ドレスト光子に限ったものではないが、新しい領域での研究には新しい因果関係の確立や予想が大きな原動力となる（歴史的にもそうであった）。ドレスト光子研究においても様々な人の参入により新しい価値観が生まれることを期待したい。

謝辞 この研究は（社）ドレスト光子研究起点の支援を受けています。

## オンシエル・オフシエルとフォック空間

安藤 浩志 (千葉大理)

ドレスト光子: ナノメートル寸法の領域で電子や電子・正孔対と光子が結合して出来た準粒子を記述するモデルを見つける事に興味があるのですが, まず現在知られている, 一般的な電磁場と電子の相互作用を記述する系について振り返ってみます (詳細は [1] にあります). その為に (ボソン) フォック空間について述べます (フェルミオンフォック空間も構成可能). これはオンシエルの粒子, すなわち分散関係 (エネルギー・運動量の関係) が決まった粒子の生成・消滅を記述するに適したヒルベルト空間です. この文脈ではオンシエル粒子とは電磁場の量子化に伴う光子の事です. 具体的には 1 粒子の状態を表すヒルベルト空間を  $\mathcal{H}$  とし, その  $n$  重対称テンソル積  $\mathcal{H}^{\otimes n}$  (同一のボーズ粒子  $n$  個の状態を指定するヒルベルト空間) を考え, そのヒルベルト空間としての直和  $\mathcal{F}_b(\mathcal{H}) = \bigoplus_{n=0}^{\infty} \mathcal{H}^{\otimes n}$  ( $\mathcal{H}^{\otimes 0} = \mathbb{C}$ ) を  $\mathcal{H}$  上のボソンフォック空間と言います.  $\Omega = (1, 0, 0, \dots)$  を真空ベクトルと言います.  $\phi_1 \otimes \dots \otimes \phi_n \in \mathcal{H}^{\otimes n}$  を対称化したものを

$$S_n(\phi_1 \otimes \dots \otimes \phi_n) = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in \mathfrak{S}_n} \phi_{\sigma(1)} \otimes \dots \otimes \phi_{\sigma(n)}$$

とします ( $\mathfrak{S}_n$  は  $\{1, \dots, n\}$  の置換全体). 1 粒子状態  $f \in \mathcal{H}$  に対して, (非有界) 作用素  $a(f), a(f)^*$  を  $a(f)\Omega = 0, a(f)^*\Omega = f$  および

$$a(f)S_{n+1}(\phi_1 \otimes \dots \otimes \phi_{n+1}) = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \sum_{j=1}^{n+1} \langle f, \phi_j \rangle S_n(\phi_1 \otimes \dots \otimes \hat{\phi}_j \otimes \dots \otimes \phi_{n+1})$$

$$a(f)^*S_n(\phi_1 \otimes \dots \otimes \phi_n) = \sqrt{n+1}S_{n+1}(f \otimes \phi_1 \otimes \dots \otimes \phi_n)$$

を満たすように定めます ( $\hat{\phi}_n$  は  $\phi_j$  を省く事を意味します. 定義域等の正確な定義は [1]).  $a(f)^*$  を生成作用素,  $a(f)$  を消滅作用素といい,  $f$  で指定される粒子を 1 つ生成あるいは消滅させる役割を持ちます. 本当は, これらからシーガルの場の作用素と呼ばれる自己共役作用素  $\Phi_S(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a(f) + a(f)^*)$  が得られます. 次に量子場の中で最も構造が単純な, クライン・ゴールドン場 (自由中性スカラー場) について述べます.  $m \geq 0$  を粒子の質量とします. (運動量表示の) 1 粒子状態空間  $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3)$  を取り,  $\mathcal{F}_b = \mathcal{F}_b(\mathcal{H})$  とします. 各運動量ベクトル  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$  に対して,  $\omega_m(\mathbf{k}) = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$  とします.

$$(F_m f)(\mathbf{k}) = (2\pi)^{-2} \int_{\mathbb{R}^4} e^{i\omega_m(\mathbf{k})t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} f(t, \mathbf{x}) dt d\mathbf{x}.$$

とし,  $f \in \mathcal{S}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^4)$  (実数値急減少関数の空間) に対して,

$$\Phi(f) = \sqrt{2\hbar\pi} \Phi_S \left( \frac{F_m(f)}{\sqrt{\omega_m}} \right)$$

と定めます. これは, 各点  $(t, \mathbf{x}) \in \mathbb{R}^4$  における演算子  $\Phi(t, \mathbf{x})$  (実際には存在しないのですが) があつたとして, それを平均化したもの  $\Phi(f) = \int_{\mathbb{R}^4} f(t, \mathbf{x}) \Phi(t, \mathbf{x}) dt d\mathbf{x}$  であると解釈されます. 同様の事情で  $a(\mathbf{k})^*, a(\mathbf{k})$  をエネルギー・運動量が  $k = (\omega_m(\mathbf{k}), \mathbf{k})$  である粒子を生成・消滅させる演算子を  $\mathcal{F}$  上定義することが困難な為, その  $f$  平均化の結果として  $a(f)^* = \int_{\mathbb{R}^3} f(\mathbf{k}) a^*(\mathbf{k}) d\mathbf{k}$  等が導入されています. 量子化された場  $\Phi$  は  $\mathcal{F}$  の適当な稠密部分空間の上で  $\Phi((\square + m^2)f) = 0$  を満たします. よって  $\Phi$  はクライン・ゴールドン方程式  $(\square + m^2)\Phi_{cl}(x) = 0$  を満たす古典場  $\Phi_{cl}(x)$  を量子化したもの (を均したもの) と言えます. 平均化を施す前の場合は, オンシエルの分散関係  $k^0 = \omega_m(\mathbf{k})$

を満たす粒子を生成・消滅させる機能を持つ事に注意しましょう。次に自由電磁場の量子化には複数の方法がありますが、ここではクーロンゲージを考えます。先ず各  $(0 \neq) \mathbf{k} \in \mathbb{R}^3$  に対して、単位ベクトル  $e^{(1)}(\mathbf{k}), e^{(2)}(\mathbf{k})$  で、 $\{\mathbf{k}/|\mathbf{k}|, e^{(1)}(\mathbf{k}), e^{(2)}(\mathbf{k})\}$  が  $\mathbb{R}^3$  の正規直交基底となるようにとります。光子の1粒子ヒルベルト空間は、偏極の自由度を考慮して  $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3)^{\oplus 2}$  とし、そのうえのボソnfock空間  $\mathcal{F}$  上で、 $g \in L^2(\mathbb{R}^3)$  で均された偏極  $r = 1, 2$  の光子の生成・消滅作用素  $a^{(r)}(g)^*, a^{(r)}(g)$  を  $a^{(1)}(g) = a(f, 0), a^{(2)}(g) = a(0, g)$  で定め、均されたベクトルポテンシャル  $A_j(f) \leftarrow \int_{\mathbb{R}^4} f(t, \mathbf{x}) A_j(t, \mathbf{x}) dt d\mathbf{x}$  を、 $f \in \mathcal{S}_{\mathbb{R}}(\mathbb{R}^4)$  に対して、

$$A_j(f) = \Phi_S \left( \omega_0^{-\frac{1}{2}} e_j^{(1)} F_0 f, \omega_0^{-\frac{1}{2}} e_j^{(2)} F_0 f \right), \quad j = 1, 2, 3$$

とします。クライン・ゴールドン場の場合と同様に、適当な定義域の上で  $A_j(\square f) = 0$  およびクーロンゲージ条件に相当する  $\sum_{j=1,3} A_j(\partial_j f) = 0$  が成り立ちます。大切なことは、上で述べた生成・消滅演算子は(均しが入っているとはいえ)分散関係の決まったオンシェル光子の生成・消滅を記述しています。電磁場と荷電粒子の生成・消滅を扱うには、フェルミオンfock空間と、その上で定義されるディラック場を導入します。一方でドレスト光子がかかわる現象は高エネルギー領域ではないため、荷電粒子の対生成・消滅を記述する必要はないと考えられます。その場合には荷電粒子側のヒルベルト空間は有限個の決まった個数の荷電粒子を表すヒルベルト空間  $\mathcal{N}$  でよく、相互作用ハミルトニアンは  $\mathcal{N} \otimes \mathcal{F}$  上の演算子として定義されると考えられます。このようなモデルとして、パウリ・フィールツモデルと呼ばれるものが詳しく研究されています。ドレスト光子は一方で巨視的物質に囲まれたナノ物質と電磁場の相互作用をによって生じる、分散関係に広がりを持つ準粒子だと考えられます。そのような準粒子の生成・消滅を記述する場合に必要な枠組みは上述のオンシェル粒子の生成・消滅を記述するfock空間と本質的に異なる可能性があります。これを考察するためには、どのようなヒルベルト空間を用意するかという問いに答える前に、どのような(電磁場+ナノ物質系)の観測可能量のなす代数系とその上の状態そしてダイナミクスを指定すべきか、という問いを考察することが有用だと考えられます。また、ナノ物質系には非常に大きな数の自由度が関与するため、それらを完全に取り組んだモデルはあまりにも複雑すぎます。どのように必要な自由度を有効的に取り入れるかを今後考えていきたいと思っています。

## 謝辞

本研究は(社)ドレスト光子研究起点の助成を受けています。

## 参考文献

- [1] 新井朝雄, フock空間と量子場 上・下 (日本評論社), 2000.
- [2] 岡村和弥・小嶋泉, 無限量子系の物理と数理 (SGC), 2013.
- [3] 小嶋泉, 量子場とマイクロ・マクロ双対性 (丸善出版), 2013.
- [4] 大津元一, ドレスト光子 (朝倉書店), 2013.

# 量子ウォーク：オフシエル科学の「おもちゃモデル」として

西郷 甲矢人 (長浜バイオ大学)

E-mail: h.saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

物理学者がよく使う言葉に「おもちゃモデル」(toy model) というものがある。モデルというのはそもそも「役に立つニセモノ」にほかならず、現象の核心と思われる側面だけを残して他を捨象したものであるが、特に「おもちゃモデル」という場合には少し「やりすぎ」と思われるくらいにこうした単純化を推し進め、その代わりにいろいろと「遊んでみる」ことができるようにしたものというニュアンスがある。どんな壮大な理論も、その始まりはこうしたおもちゃモデルから始まるのが常である。

ドレスト光子研究をはじめとする「オフシエル科学」にとっての「おもちゃモデル」のひとつが瀬川悦生・三宮俊・大津元一各氏と私との共同研究における量子ウォークモデルである（最近はこちらに濱野美紗氏も研究に加わった）。量子ウォークおよびその観点からみたドレスト光子については、本フォーラムにおける以前の記事『光の数理の最前線：ドレスト光子と量子ウォーク』にも簡単に書いたが、ここでもあらためてご説明しよう。

ドレスト光子とは、光がナノスケールの物質と相互作用することによって、エネルギー・運動量的な「広がり」をもつとともに、時間・空間的な「局在性」をもつようになるという現象である。ここでエネルギー・運動量的な「広がり」ということの中には相対論的な意味での「空間的(spacelike)」ということが含意されている。このようなあり方を捉えるための「おもちゃモデル」はどのようなものであるべきだろうか？

いま、ナノ粒子たちの系が存在し、そこに外界から流入する光がナノ粒子の励起と結合してそのナノ粒子たちの「あいだ」に局在する現象を「ドレスト光子」と考えよう。個々のナノ粒子が点に対応するとし、ナノ粒子間の「あいだ」の関係を点（「頂点」とよばれる）どうしをつなぐ線（「辺」とよばれる）として考えると、これは数学でいうところの「グラフ」ということになる。

すると、ドレスト光子のおもちゃモデルとしては、「グラフ上のダイナミクス」を考えるというのがよさそうであるということに気づく。ここで重要なのは、主役であるドレスト光子は「頂点」というよりもむしろ「辺」の上に存在しているということである。もちろん、あるひとつの「頂点」まわりの「辺」の集まりを考えると、その付近にいるドレスト光子の確率密度を表すことができるから、頂点が重要でないというのではない（あとでこの話に戻ってくる）。しかし、まずは「ナノ粒子」＝「頂点」、「ドレスト光子」＝「辺上にある『何か』」と考えよう。これは、ちょうど前述の「空間的」ということを非常に初等的な形であらわしている。というのも、ドレスト光子は（有限ではあるけれども）空間的な広がりを持ち、したがって「オンシエル」ではないからである。

さて、このようにして、ドレスト光子を「グラフの辺上を動く何か」として考えるという発想に至る。つまり、ドレスト光子のダイナミクスを「グラフ上の（辺を主体とした）ダイナミクス」としてモデル化しようというのである。ここで、外界から注ぎ込まれる光は各頂点に「グラフの外から」つながる線（＝「外線」）上を動いて流入してくるものとし、ナノ粒子系と結合して生まれる「ドレスト光子」は「グラフの内の辺」（＝「内線」）を動いているとする（あえてファインマンダイアグラムの用語を使ったのは意図があつてのことではあるが、ここでは単に「外の線」「内の線」と思っただけでよい）。

こうした概念的な枠組みを「おもちゃモデル化」したものとして、「(無限グラフに埋め込まれた有限グラフ上の)量子ウォーク」を採用する。ここで量子ウォークとは、各辺に確率振幅(やさらなる自由度)が乗っており、それが時間発展していくダイナミクスである。通常、それは辺上の(ある種の)関数全体のなす空間に作用するユニタリ作用素を用いて定式化される。これを無限グラフに埋め込まれた有限グラフの文脈に適用すると、ちょうど「環境が一定に保たれるなかで、ある系が時間的にどのように変化し、安定な『極限分布』に近づいていくのか」の議論ができるようになる。

このモデル化の背後には、次のような目論見がある。すなわち、外からナノ粒子系に光が降り注ぎ、そしてまたそのぶんナノ粒子系から光が放出されるという「非平衡定常」な状況のなかで、直接に目に見えない「ナノ粒子たちのあいだ」に分布するドレスト光子の安定な分布がどうなっているかがモデル化できるのではないかという目論見である。

この目論見に向けた第一歩として、私たちは上記の量子ウォーク、とくに「グローバウォーク」のダイナミクスを解析し、それとドレスト光子の諸現象の対応関係を考えることにした。実は、すでに樋口雄介氏および瀬川氏による数学的なモデルが(多分にドレスト光子理論およびそれを量子ウォークによりモデル化可能という西郷の予測に影響されながら)作られており、これを「おもちゃモデル」として解析を行うことにした。

樋口・瀬川によれば、この「おもちゃモデル」においては、極限分布はキルヒホッフの電圧法則および電流法則の数学的類似物により計算できる。最近、濱野・西郷は一般の場合において「(ある頂点に流入する辺上の確率)引く(その頂点から流出する辺上の確率)」という、「ある点まわりの辺上に『正味』存在するドレスト光子の量」に対応すると考えられる量を具体的に計算することに気づき、それにより「散逸の多い点の周り」にドレスト光子が集中する傾向があることを、「おもちゃモデル」において導いた。実はこれはドレスト光子の現象について実験的に知られていたことに他ならない。

以上に述べてきたことは、現段階ではまだ「おもちゃモデル」のちょっとした解析に過ぎず、その妥当性には大いに議論の余地がある。しかし、先にも述べた通り、どんな壮大な理論もまずは「おもちゃ」から始まるのである。「児戯に等しい」というのは通常「無価値である」という意味に使われるものだが、科学的な児戯は実際には大きな価値を生み出す可能性を秘めたものでもある。ファラデーが電磁誘導を発見したとき、「それが何の役に立つのか」と言われた際、「赤ん坊が何の役に立ちますか」と答えたという伝説に勇気づけられながら、いつかは「あれは児戯に等しかったね」と懐かしく思えるまでに壮大な理論を建設したいというのが私たちの切なる願いなのである。

## ドレスト光子とナノ構造の「窓」

三宮 俊(株式会社リコー)

E-mail: suguru.sangu@jp.ricoh.com

「ドレスト光子シミュレーション」なるものの実現を目指し、その基本原理の検討を進めている。今回のオフシェル科学フォーラムでは、ドレスト光子の基底状態と「窓関数」との関係について、最近の考察を述べたい。窓関数は、数値データの周波数解析において度々登場する馴染み深いツールである。例えば、音声などの時系列データの場合、フーリエ変換を用いてスペクトル情報を得るわけであるが、フーリエ変換の基底関数である三角関数は無限区間で定義されており、有限長である実測データのスペクトル情報は基底関数に窓関数を掛けたもののフーリエ変換として記述される。窓関数は、スペクトルの主要部分であるメインローブの帯域を狭く、ノイズ要因となるサイドローブの振幅を低くするように人為的にデザインされ、信号の種類や特性に合わせて数多くの窓関数が提案されている。

さて、ドレスト光子と窓関数の関係の前に、現在検討を進めているドレスト光子シミュレーションについて概説しておく。本シミュレーションでは、質量をまとったドレスト光子なるものが存在するという前提に立ち、質量を有する粒子(ドレスト光子)をある重心位置(ノード)に束縛された調和振動子と見なし、ナノ物質を形成する複数のノード間をドレスト光子がホッピング伝導する様子を量子密度演算子による量子マスター方程式として定めることでそのダイナミクスを記述している。(重心位置を正方格子の頂点に限定しないため、ノードという表現を用いている。) ナノ物質が複雑な三次元構造体である場合、ノードの個数がとてつもない数になり、本手法は計算量的に破綻してしまう。また、計算できたとしてもそこから物理的な解釈を得ることは難しい。そこで、モードの抽出、換言すると基底変換、という概念に行き着く。伝統的な光学で扱われるモードは、物質境界において Maxwell 方程式により要求される電磁場の境界条件を課す(ただし、光の伝搬方向は無限区間として扱う)ことにより、並進対称性をもつ平面波基底で記述され、波数とエネルギーの対応関係を表わす分散関係が一意に定まる。一方、ドレスト光子の場合、ナノ物質の先端部にドレスト光子が局在することからも、無限区間で定義される基底は本系を特徴づける状態ではない。したがって、従来の分散関係なるものの意味が曖昧になっている。そもそも意味を成していないのかもしれない。では、ドレスト光子の特徴を記述する基底状態とは如何なるものか? この問いの答えに少しでも近づくことが本稿の目的である。

最近、Hadamard 行列を用いてナノ物質を構成する複数のノードを任意の空間領域で括り出し、内部自由度をもつ一つのノードとして再定義する手法を提案した[1]。本手法の提案と平行して、量子ウォークの概念をドレスト光子現象に適用する研究も進んでおり、グラフ上の複数ノードを一つのノードに集約して記述する数学的手法を介して、ドレスト光子の定常状態における局在現象を再現できることが理論的に示されている[2]。量子密度演算子を用いた方法と量子ウォークの概念に基づく方法とは根底では同じことを述べているが、ここでその詳細には立ち入らないでおく。この



Hadamard 変換を光ファイバプローブ先端へ適用する場合、ナノ領域に形成されるドレスト光子の特徴的な空間分布に着目し、その空間分布を形成するノードを自由に(ただし Hadamard 行列の要請から2のべき乗の個数で)括り出すことで、見通しのよい基底状態に変換する。このノードの集合を括り出す操作は、冒頭で述べた窓関数を用いて有限区間を抽出する操作と同等に見える。抽出する空間のサイズが微小であるほど、波数空間に大きなサイドローブが現れることとなり、従来の光の分散関係から逸脱する現象がより鮮明に顔を出す、というシナリオである。この基底変換をもう少し詳しく見ると、有限区間の大きさを定めることはスケーリングと呼ばれる操作に対応し、有限区間の位置を同定することはシフトと呼ばれる操作に対応している。これはウェーブレット変換と等価な数学的操作である。これまでの説明を整理すると、ドレスト光子の特徴を表現する基底状態とは、与えられたナノ物質の形状や近接する異なるナノ物質またはナノサイズの測定系に依存して変容するものあり、計算機上でドレスト光子を走らせてみて、その集団運動的な振る舞いをスケーリングおよびシフト操作を介してできるだけ無駄なくまとめたものである、というのが現在の見解である。無駄なくまとめる過程として、量子ウォークなどの理想化、簡略化されたモデルを起点に特徴的な基底状態をあらかじめ選定し、上記シミュレーションを回しながら基底状態を補正していく、という手法も有効と考えている。

上記見解にしたがい主要な基底状態の抽出に成功したとして、「目立たない」基底成分も依然として存在している。これらの成分を、ドレスト光子ダイナミクスへの寄与が小さいとして完全に無視して(占有確率ゼロと見なして)しまうと、本来算出したい主要な基底成分の存在確率は正しく再現されなくなる。この目立たない基底成分は、おそらくは主要な基底状態間のダイナミクスに波風立てずに、コヒーレンスを低減させ、(非平衡)定常状態へ緩やかに導く役割を担っているのではないかと想像する。つまり、リザーバ(熱浴)として機能しているように思われる。もしくは、平均場と見なすほうがよいのかもしれない。いずれにしても、何かしらの粗視化手段を通じて、非主要成分の自由度を低減することが、ドレスト光子シミュレーションの実現に向けて次に考えるべきことである。

以上のように、ドレスト光子を特徴づける基底状態を探索する過程で窓関数という情報処理分野では一般的な概念との類似性に着目するに至った。適用する窓関数の形状ないし特性は、光ファイバプローブに代表されるナノ物質系の界面形状を通じて人為的に制御できるものである。つまり、実空間および波数空間に掛かるナノ構造の窓をデザインすることが、ドレスト光子を制御し、ドレスト光子介在の現象を促進する手段であると考えられる。「窓」は一般的に、内なる見えざる世界と外界とを繋ぐ役割を担っている。未だ認識されていない数多の現象を世に送り出す素敵な窓をデザインしたいものである。

## 参考文献

- [1] 三宮・他, 2019年第66回応用物理学会春季学術講演会, 10p-W621-14 (2019); 2019年第80回応用物理学会秋季学術講演会, 19p-E314-6 (2019).
- [2] 瀬川・他, 2019年第80回応用物理学会秋季学術講演会, 19p-E314-5 (2019).